

EJERCICIOS DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

(Selectividad Madrid)

Ejercicio 1 (Curso 1999/2000) Modelo

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} x - y & = a \\ x + & a^2 z = 2a + 1 \\ x - y + a(a - 1)z & = 2a \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los valores del parámetro real a .
- Resuélvase dicho sistema para $a = 3$.

Ejercicio 2 (Curso 1999/2000) Junio

(3 puntos) Siendo a un número real cualquiera, se define el sistema:

$$\begin{cases} x - 2y + az = 1 \\ -y + z = 0 \\ ax + z = a \end{cases}$$

- Discútase dicho sistema en función del valor de a .
- Encuéntrense todas las soluciones para $a = 1$.

Ejercicio 3 (Curso 1999/2000) Septiembre

(3 puntos) Una empresa desea disponer de dinero en efectivo en euros, dólares y libras esterlinas. El valor total entre las tres monedas ha de ser igual a 264.000 euros. Se quiere que el valor del dinero disponible en euros sea el doble del valor del dinero en dólares, y que el valor del dinero en libras esterlinas sea la décima parte del dinero en euros.

Si se supone que una libra esterlina es igual a 1,5 euros y un dólar es igual a 1,1 euros, se pide determinar la cantidad de euros, dólares y libras esterlinas que la empresa ha de tener disponible.

Ejercicio 4 (Curso 2000/2001) Modelo

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal:

$$\begin{cases} mx + my = 6 \\ x + (m - 1)y = 3 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los distintos valores del parámetro real m .
- Resuélvase dicho sistema para $m = 2$.

Ejercicio 5 (Curso 2000/2001) Junio

(3 puntos) Considérese el sistema de ecuaciones dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = a \\ x + y + az = a^2 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los valores de a .
- Resuélvase el sistema para $a = -1$.

Ejercicio 6 (Curso 2000/2001) Septiembre

(3 puntos) Un hipermercado inicia una campaña de ofertas. En la primera de ellas descuentan un 4% en un cierto producto A, un 6% en el producto B y un 5% en el producto C. A las dos semanas pone en marcha una segunda oferta descontando un 8% sobre el precio inicial de A, un 10% sobre el precio inicial de B y un 6% sobre el precio inicial de C. Se sabe que, si un cliente compra durante la primera oferta un producto A, dos B y tres C, se ahorra 16 euros respecto del precio inicial. Si compra tres productos A, uno B y cinco C, en la segunda oferta, el ahorro es de 29 euros. Si compra un producto A, uno B y uno C, sin ningún tipo de descuento, debe abonar 135 euros.

Calcúlese el precio de cada producto antes de las ofertas.

Ejercicio 7 (Curso 2001/2002) Modelo

(3 puntos) Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - 4y - az = -2 \\ y - z = 0 \\ ax + 2z = 2 \end{cases}$$

- Discutir el sistema en función de los valores de a .
- Resolver el sistema para el valor $a = 2$.

Ejercicio 8 (Curso 2002/2003) Junio

(3 puntos) Estudiar y resolver el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x - y = 1 \\ -y - z = -1 \end{cases}$$

Ejercicio 9 (Curso 2003/2004) Modelo

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro m :

$$\begin{cases} 2x + y - z = 2 \\ x + y + 2z = 5 \\ -x + (m + 2)z = 3 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los distintos valores de m .
- Resolver el sistema para $m = 3$.

Ejercicio 10 (Curso 2003/2004) Septiembre

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro m :

$$\begin{cases} mx + y - 3z = 5 \\ -x + y + z = -4 \\ x + my - mz = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro m .
- Resuélvase el sistema para $m = 2$.

Ejercicio 11 (Curso 2004/2005) Junio

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x - ky - 3z = 0 \\ 5x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Se pide:

- Discutir el sistema para los distintos valores de k .
- Resolver el sistema en los casos en que sea posible.

Ejercicio 12 (Curso 2004/2005) Septiembre

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones que depende del parámetro real p :

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -x + 2y + pz = -3 \\ x - 2y - z = p \end{cases}$$

- Discutir el sistema según los distintos valores de p .
- Resolver el sistema para $p = 2$.

Ejercicio 13 (Curso 2005/2006) Modelo

(3 puntos) Sea el sistema de ecuaciones lineales dependiente del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + (a+1)z = 9 \\ 3x - 2y + z = 20a \\ x + y + 2az = 9 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los diferentes valores del parámetro a .
- Resolver el sistema en el caso de que tenga infinitas soluciones.
- Resolver el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 14 (Curso 2005/2006) Septiembre

(3 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + 2z = 2 \\ -2x + 3y + z = 1 \\ -x + ay + 3z = 3 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- Resolver el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 15 (Curso 2006/2007) Junio

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 2x + 2y + az = 8 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- Resolver el sistema para $a = 4$.

Ejercicio 16 (Curso 2006/2007) Septiembre

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ 2y + az = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los distintos valores de a .
- Resolver el sistema para $a = 3$ y $a = 1$.

Ejercicio 17 (Curso 2007/2008) Junio

(3 puntos) Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno de barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?

Ejercicio 18 (Curso 2007/2008) Septiembre

(3 puntos) Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo, al mes, de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

Ejercicio 19 (Curso 2008/2009) Modelo

(3 puntos) Un hotel adquirió un total de 200 unidades entre almohadas, mantas y edredones, gastando para ello un total de 7500 euros. El precio de una almohada es de 16 euros, el de una manta 50 euros y el de un edredón 80 euros. Además, el número de almohadas compradas es igual al número de mantas más el número de edredones. ¿Cuántas almohadas, mantas y edredones ha comprado el hotel?

Ejercicio 20 (Curso 2008/2009) Junio

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + y + kz = 4 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los distintos valores del parámetro k .
- Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 21 (Curso 2008/2009) Septiembre

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - 3z = 6 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Ejercicio 22 (Curso 2009/2010) Modelo

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + ky + z = 1 \\ 2y + kz = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los distintos valores del parámetro k .
- Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $k = 3$.

Ejercicio 23 (Curso 2009/2010) Junio

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} kx - 2y + 7z = 8 \\ x - y + kz = 2 \\ -x + y + z = 2 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los distintos valores del parámetro k .
- Resuélvase el sistema para el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $k = 0$.

Ejercicio 24 (Curso 2009/2010) Septiembre

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente de un parámetro real a :

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \\ 4 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 22 \\ 7a \end{pmatrix}$$

- Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro a .
- Resuélvase el sistema para el valor de a para el cual el sistema tiene infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $a = 0$.

Ejercicio 25 (Curso 2010/2011) Modelo

(3 puntos) Un estudiante ha gastado un total de 48 euros en la compra de una mochila, un bolígrafo y un libro. Si el precio de la mochila se redujera a la sexta parte, el del bolígrafo a la tercera parte y el del libro a la séptima parte de sus respectivos precios iniciales, el estudiante pagaría un total de 8 euros por ellos. Calcular el precio de la mochila, del bolígrafo y del libro, sabiendo que la mochila cuesta lo mismo que el total del bolígrafo y el libro.

Ejercicio 26 (Curso 2010/2011) Junio

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + y + z = a \\ ay + z = 1 \\ ax + y + az = a \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso de que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $a = 3$.

Ejercicio 27 (Curso 2010/2011) Septiembre (reserva)

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente de un parámetro real a :

$$\begin{cases} 4x + 3y + 5z = 5 \\ x + y + 3z = 1 \\ 2x + ay + (a^2 - 2)z = 3 \end{cases}$$

- Escribese el sistema en forma matricial.
- Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.

Ejercicio 28 (Curso 2011/2012) Modelo

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + ky + kz = k \\ x + y + z = k \\ ky + 2z = k \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para $k = 4$.

Ejercicio 29 (Curso 2011/2012) junio

(3 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + ay - 7z = 4a - 1 \\ x + (1 + a)y - (a + 6)z = 3a + 1 \\ ay - 6z = 3a - 2 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso en el que tiene infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema en el caso $a = -3$.

Ejercicio 30 (Curso 2011/2012) junio

(3 puntos) Un estadio de fútbol, con capacidad para 72000 espectadores, está lleno durante la celebración de un partido entre los equipos A y B. Unos espectadores son socios del equipo A, otros lo son del equipo B y, el resto, no son socios de ninguno de los equipos que están jugando. A través de la venta de localidades sabemos lo siguiente:

- a) No hay espectadores que sean socios de ambos equipos simultáneamente.
- b) Por cada 13 socios, de alguno de los dos equipos, hay 3 espectadores que no son socios.
- c) Los socios del equipo B superan en 6500 a los socios del equipo A.

¿Cuántos socios de cada equipo hay en el estadio viendo el partido?

Ejercicio 31 (Curso 2011/2012) Junio (coincidente)

(3 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & -1 & k \end{pmatrix} ; \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} ; \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ se pide:}$$

- Para $k = 4$, calcúlese el determinante de la matriz $3A^2$.
- Para $k = 2$, calcúlese, si existe, la matriz inversa A^{-1} .
- Discútase la existencia de solución del sistema lineal $AX = B$ según los diferentes valores del parámetro k .

Ejercicio 32 (Curso 2011/2012) Septiembre

(3 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x + ky + 2z = 5 \\ kx + y + z = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- Resuélvase el sistema para $k = 0$.
- Resuélvase el sistema para $k = 2$.

Ejercicio 33 (Curso 2012/2013) Modelo

(2 puntos) Discútase el sistema siguiente en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x - y = a \\ x + az = 0 \\ 2x - y + a^2z = 1 \end{cases}$$

Ejercicio 34 (Curso 2012/2013) Junio

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax - 2y = 2 \\ 3x - y - z = -1 \\ x + 3y + z = 1 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 35 (Curso 2012/2013) Junio (coincidente)

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = -2 \\ x + ay = -2a - 1 \\ 4x + y + 5z = -1 \end{cases}$$

- Discútase en función del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase en el caso $a = 1$.

Ejercicio 36 (Curso 2012/2013) Septiembre

(2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales, dependiente del parámetro real k :

$$\begin{cases} kx + y = 0 \\ x + ky - 2z = 1 \\ kx - 3y + kz = 0 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de k .
- Resuélvase el sistema para $k = 1$.

Ejercicio 37 (Curso 2012/2013) Septiembre (coincidente)

(2 puntos) Hemos ido tres días seguidos al bar de la Universidad. El primer día tomamos 3 cafés, 2 refrescos de cola y 3 batidos de cacao, el precio fue de 7 euros. El segundo día tomamos 1 café, 2 refrescos de cola y 2 batidos de cacao, el precio total fue de 5 euros. Por último, el tercer día, tomamos 2 cafés y 1 batido de cacao, el precio fue de 2 euros. Justifíquese, razonadamente, si con estos datos podemos determinar o no el precio de un café, de un refresco de cola y de un batido de cacao, suponiendo que estos precios no han variado en los tres días.

Ejercicio 38 (Curso 2012/2013) Septiembre (coincidente)

(2 puntos) Se considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} 2x - 2ay + z = 1 \\ x + (2 + a)y + z = 0 \\ 3x + a^2y + 2z = a \end{cases}$$

- Discútase, en función del parámetro real a .
- Resuélvase el sistema para $a = 0$.

Ejercicio 39 (Curso 2013/2014) Modelo

(2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ 2x + 6y + z = 0 \\ -x + ay + 4z = 1 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 0$.

Ejercicio 40 (Curso 2013/2014) Junio

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az = 2 \\ 3x + 4y + 2z = a \\ 2x + 3y - z = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$.

Ejercicio 41 (Curso 2013/2014) Junio (coincidente)

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} ax + 2y + z = 2 \\ 2x + 4y = 1 \\ x + 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

- Discútase para los diferentes valores de $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 2$.

Ejercicio 42 (Curso 2013/2014) Septiembre

(2 puntos) considérese el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real λ :

$$\begin{cases} 2x - \lambda y + z = -\lambda \\ 4x - 2\lambda y + 2z = \lambda - 3 \end{cases}$$

- Determinéense los valores del parámetro real λ que hacen que el sistema sea incompatible.
- Resuélvase el sistema para $\lambda = 1$.

Ejercicio 43 (Curso 2013/2014) Septiembre (coincidente)

(2 puntos) Considérese el siguiente sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - ay = 4 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 44 (Curso 2014/2015) Modelo

(2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + ay + az = 1 \\ x + 4ay + z = 2a \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso $a = -1$.

Ejercicio 45 (Curso 2014/2015) Junio

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 8 \\ 2x + az = 3 \\ x + y + z = 2 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro a .
- Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 46 (Curso 2014/2015) Junio (coincidente)

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + 2z = 1 \end{cases}$$

- Discútase para los diferentes valores de $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 47 (Curso 2014/2015) Septiembre

(2 puntos) Considérese el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + az = a + 1 \\ ax + y + z = 1 \\ x + ay + az = a \end{cases}$$

- Discútase el sistema en función de los valores de a .
- Resuélvase el sistema para $a = 2$.

Ejercicio 48 (Curso 2014/2015) Septiembre (coincidente)

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + 5y - z = 3 \\ x + 3y - 2z = a \end{cases}$$

- Discútase para los diferentes valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 1$.

Ejercicio 49 (Curso 2015/2016) Modelo

(2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y - 3z = 3 \\ 3x + ay - 2z = 5 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los diferentes valores de a .
- Resuélvase el sistema en el caso $a = 2$.

Ejercicio 50 (Curso 2015/2016) Junio

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 0 \\ x + ay + 2z = 0 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los diferentes valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$.
- Resuélvase para $a = 0$.

Ejercicio 51 (Curso 2015/2016) Junio (coincidente)

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones lineales, dependiente de $a \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} 3x + y + az = a - 2 \\ ax - y + z = a - 2 \\ x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

- Discútase el sistema para los diferentes valores de a .
- Resuélvase para $a = 0$.

Ejercicio 52 (Curso 2015/2016) Septiembre

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} (a-1)x + y + z = 1 \\ x + (a-1)y + (a-1)z = 1 \\ x + az = 1 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los valores de a .
- Resuélvase el sistema para $a = 3$.

Ejercicio 53 (Curso 2016/2017) Junio

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - ay + 2z = 0 \\ ax - 4y - 4z = 0 \\ (2-a)x + 3y - 2z = 0 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro a .
- Resuélvase para $a = 3$.

Ejercicio 54 (Curso 2016/2017) Septiembre

(2 puntos) Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x - 2y - z = -2 \\ -2x - az = 2 \\ y + az = -2 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro a .
- Resuélvase para $a = 4$.

Ejercicio 55 (Curso 2017/2018) Modelo

(2 puntos) Se considera el sistema de ecuaciones, dependiente del parámetro real a :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + y + z = 2 \\ 5x + 3y + az = a + 4 \end{cases}$$

- Discútase en función de los valores del parámetro a .
- Resuélvase para $a = 1$.