26/05/2020

Ejercicio 27 de la página 225

27. Averigua si cabe:

a) Un tetraedro regular de arista 4 u, dentro de un cubo de arista 4 u.

b) Un cubo de arista 12 u, dentro de una esfera de diámetro 20 u.

c) Un cubo de arista 10 u, dentro de un cono de 15 u de altura y radio de la base $15\sqrt{2}$ u.

d) Una esfera de radio 4 u, dentro de un octaedro regular de arista 10 u.

e) Un cilindro de 10 u de altura y 790 u^3 de volumen, dentro de un cubo de 10 u de arista.

a) Sí cabe. El mayor tetraedro que cabe dentro de un cubo tiene como arista la diagonal del cubo, que mide 5,65 u.

$\text{Arista}_{\text{TETRAEDRO}} = \text{diagonal}_{\text{CUBO}} = 4\sqrt{2} \approx 5{,}66$ u

b) La diagonal del cubo mide $12\sqrt{3} = 20{,}78$ u. Por tanto, el cubo no cabe dentro de la esfera.

c) Sí cabe, porque la sección del cono, a 10 u de altura, tiene de radio $5\sqrt{2}$ u, que es igual a la mitad de la diagonal de la cara superior del cubo.

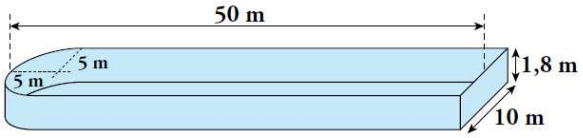
d) La distancia del centro del octaedro a cada cara es de 4,08 u, mayor que el radio de la esfera. Por tanto, sí cabe.

e) Calculamos el radio del cilindro utilizando su volumen: $790 = \pi \cdot r^2 \cdot 10 \rightarrow r = \sqrt{\dfrac{790}{10\pi}} \approx 5$ u.

Por lo tanto el cilindro quedaría encajado dentro del cubo.

Ejercicio 40 de la página 226

40. Una finca se abastece de agua desde el pilón que ves en la figura, y que ahora está lleno. Para regar, se abre un desagüe que desaloja un caudal de 25 litros por segundo. ¿Se podrá mantener el riego durante diez horas sin reponer sus existencias?



Capacidad del pilón $= 10 \cdot 1{,}8 \cdot 45 + \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 1{,}8}{2} \approx 880{,}69\ m^3 = 880\,690$ litros

Gasto en diez horas $= 25 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 10 = 900\,000$ litros

El gasto en diez horas es superior a la capacidad del pilón. Por tanto, no se puede regar durante diez horas sin reponer las existencias de agua.