

Ejercicio 1.

Escribe los seis primeros términos de las sucesiones:

$$a) \quad a_n = \frac{(4-n)(n+2)}{2n+2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = \frac{(4-1)(1+2)}{2 \cdot 1 + 2} = \frac{9}{4} \\ a_2 = \frac{(4-2)(2+2)}{2 \cdot 2 + 2} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \\ a_3 = \frac{(4-3)(3+2)}{2 \cdot 3 + 2} = \frac{5}{8} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_4 = \frac{(4-4)(4+2)}{2 \cdot 4 + 2} = 0 \\ a_5 = \frac{(4-5)(5+2)}{2 \cdot 5 + 2} = -\frac{7}{12} \\ a_6 = \frac{(4-6)(6+2)}{2 \cdot 6 + 2} = -\frac{16}{14} = -\frac{8}{7} \end{array} \right.$$

La sucesión es $\frac{9}{4}, \frac{4}{3}, \frac{5}{8}, 0, -\frac{7}{12}, -\frac{8}{7}, \dots$

b) La progresión geométrica de razón $r = -\frac{3}{2}$, tal que $a_3 = 6$.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_1 = a_2 : \left(-\frac{3}{2}\right) = (-4) : \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{8}{3} \\ a_2 = a_3 : \left(-\frac{3}{2}\right) = 6 : \left(-\frac{3}{2}\right) = -4 \\ a_3 = 6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} a_4 = a_3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = 6 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -9 \\ a_5 = a_4 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = (-9) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{27}{2} \\ a_6 = a_5 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{27}{2}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{81}{4} \end{array} \right.$$

La sucesión es $\frac{8}{3}, -4, 6, -9, \frac{27}{2}, -\frac{81}{4}, \dots$

Ejercicio 2.

La masa de un átomo de helio es de $6,65 \cdot 10^{-22}$ gramos. ¿Cuántos átomos hay en una cisterna de 30 toneladas de helio?

$$30 \text{ toneladas} = 30 \cdot 10^6 \text{ g.} = 3 \cdot 10^7 \text{ g.}$$

$$n^\circ \text{ de átomos} = \frac{3 \cdot 10^7 \text{ g}}{6,65 \cdot 10^{-22} \text{ g}} = \frac{3}{6,65} \cdot 10^{29} \text{ átomos} \approx 4,51 \cdot 10^{28} \text{ átomos}$$

Ejercicio 3.

Calcula la suma de todos los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 10000.

La sucesión de los múltiplos de 7 tiene como término general $a_n = 7n$, es una progresión aritmética.

– el primer múltiplo de 7 mayor que 100 ($100 : 7 = 14,2857\dots$) es $a_{15} = 7 \cdot 15 = 105$

– el último múltiplo de 7 menor que 10000 ($10000 : 7 = 1428,57\dots$) es $a_{1428} = 7 \cdot 1428 = 9996$

– el número de términos que sumamos será $1428 - 15 + 1 = 1414$, porque tanto el primero como el último están incluidos en la suma.

$$\text{La suma pedida será } S = \frac{(a_{15} + a_{1428}) \cdot 1414}{2} = \frac{(105 + 9996) \cdot 1414}{2} = 7141407$$

Ejercicio 4.

Dada la sucesión 27, 23, 19, 15, 11,

- Encuentra su término general.

Es una progresión aritmética de diferencia $d = -4$

el término general de una progresión aritmética se obtiene como $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$

como $a_1 = 27$ y $d = -4 \Rightarrow a_n = 27 + (n-1) \cdot (-4) \Rightarrow a_n = 27 - 4n + 4$

entonces $a_n = 31 - 4n$

- Comprueba si los números (-169) y (-283) pertenecen a la sucesión.

Veamos si esos números tienen un lugar en la progresión

$$-169 = 31 - 4n \Rightarrow 4n = 31 + 169 \Rightarrow n = \frac{200}{4} = 50,$$

entonces el número -169 está en la sucesión en el lugar 50, $a_{50} = -169$

$$-283 = 31 - 4n \Rightarrow 4n = 31 + 283 \Rightarrow n = \frac{314}{4} = 78,5$$

ahora tenemos que -283 no está en la sucesión porque el valor de n (lugar) que le correspondería no es natural.

Ejercicio 5.

Si sabemos que $A = \frac{5}{4}$ de B y $C = 50\%$ de B , ¿qué porcentaje de A representa C ?

Queremos ver que porcentaje de A representa C , es decir que parte de A es C .

$$C = 50\% \text{ de } B \Rightarrow C = \frac{1}{2} \cdot B \Rightarrow B = 2C$$

$$\text{como } A = \frac{5}{4} \text{ de } B \Rightarrow A = \frac{5}{4} \cdot B \Rightarrow A = \frac{5}{4} \cdot (2C) \Rightarrow A = \frac{5}{2} \cdot C \Rightarrow C = \frac{2}{5} \cdot A$$

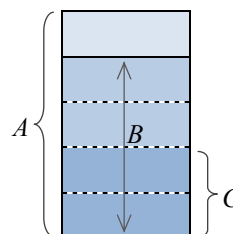
$$\text{entonces } C = \frac{2}{5} \text{ de } A \Rightarrow C = 40\% \text{ de } A$$

También podemos verlo así:

$$B = \frac{4}{4} \text{ de } B, A = \frac{5}{4} \text{ de } B \text{ y } C = \frac{1}{2} \text{ de } B$$

De las 5 partes que tiene A , C ocupa 2 partes \Rightarrow

$\Rightarrow C$ es un 40% de A



Ejercicio 6.

Efectúa y simplifica, operando con fracciones:

$$1 - \frac{2,1\widehat{6} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot 0,3\widehat{6} - 3}{2 + 2 \cdot \left(2^{-2} - \frac{1}{6}\right)} = 1 - \frac{\frac{13}{6} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{4}{11} - 3}{2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right)} = 1 - \frac{\frac{13}{6} + \frac{9}{4} \cdot \frac{4}{11} - 3}{2 + 2 \cdot \frac{1}{12}} = 1 - \frac{\frac{13}{6} + \frac{9}{11} - 3}{2 + \frac{1}{6}}$$

$$= 1 - \frac{\frac{143}{66} + \frac{54}{66} - \frac{198}{66}}{\frac{13}{6}} = 1 - \frac{-\frac{1}{66}}{\frac{13}{6}} = 1 + \frac{1}{143} = \frac{144}{143}$$

$$2,1\widehat{6} = 2 + 0,1\widehat{6} = 2 + \frac{1}{6} = \frac{13}{6} ; \text{ también } 2,1\widehat{6} = \frac{216 - 21}{90} = \frac{195}{90} = \frac{13}{6}$$

$$0,3\widehat{6} = \frac{36}{99} = \frac{4}{11}$$

Ejercicio 7.

Efectúa las siguientes operaciones sin usar la calculadora:

$$a) (\sqrt{72} - 3\sqrt{8} + 2\sqrt{50}) \cdot \sqrt{18} = (\sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 3\sqrt{2^3} + 2\sqrt{2 \cdot 5^2}) \cdot \sqrt{2 \cdot 3^2} = [(2 \cdot 3)\sqrt{2} - (3 \cdot 2)\sqrt{2} + (2 \cdot 5)\sqrt{2}] \cdot 3\sqrt{2} =$$

$$= (6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 10\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 30(\sqrt{2})^2 = 30 \cdot 2 = 60$$

$$b) \frac{8^{-5} \cdot 9^5 \cdot (-6)^{-4}}{16^{-7} \cdot 12^5} = \frac{9^5 \cdot 16^7}{8^5 \cdot (-6)^4 \cdot 12^5} = \frac{9^5 \cdot 16^7}{8^5 \cdot 6^4 \cdot 12^5} = \frac{(3^2)^5 \cdot (2^4)^7}{(2^3)^5 \cdot (2 \cdot 3)^4 \cdot (2^2 \cdot 3)^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{28}}{2^{15} \cdot 2^4 \cdot 3^4 \cdot 2^{10} \cdot 3^5} = \frac{3^{10} \cdot 2^{28}}{2^{29} \cdot 3^9} = \frac{3}{2}$$

Ejercicio 8.

Un depósito tiene dos grifos y un desagüe. Abriendo el primer grifo, el depósito se llena en 6 horas, abriendo el segundo grifo, se llena en 4 horas. El desagüe vacía el depósito en 3 horas. Si abrimos los dos grifos pero olvidamos cerrar el desagüe, ¿se llenará el depósito? Si apuestas por que se llena, ¿cuánto tardará?

El primer grifo llena el depósito en 6 horas \Rightarrow cada hora llena $\frac{1}{6}$ del depósito

el segundo grifo llena el depósito en 4 horas \Rightarrow cada hora llena $\frac{1}{4}$ del depósito

el desagüe vacía el depósito en 3 horas \Rightarrow cada hora vacía $\frac{1}{3}$ del depósito

si tenemos abiertos los dos grifos y el desagüe, cada hora aportarán entre los tres: $\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \Rightarrow$

\Rightarrow cada hora se llenará $\frac{1}{12}$ del depósito, por tanto el depósito se llenará en 12 horas.

el desagüe suma $\left(-\frac{1}{3}\right)$ de depósito cada hora puesto que extrae el agua que va entrando.

Ejercicio 9.

Efectúa las siguientes operaciones, con ayuda de la calculadora, dando el resultado en notación científica:

$$a) \frac{(3,45 \cdot 10^{-15}) \cdot (1,8 \cdot 10^{-9})}{2,3 \cdot 10^{-18}} = \frac{(3,45 \cdot 1,8) \cdot 10^{-15} \cdot 10^{-9}}{2,3 \cdot 10^{-18}} = \frac{6,21 \cdot 10^{-24}}{2,3 \cdot 10^{-18}} = \left(\frac{6,21}{2,3}\right) \cdot 10^{-6} = 2,7 \cdot 10^{-6}$$

$$b) \frac{5,324 \cdot 10^{12} - 1,15 \cdot 10^{10}}{3,5 \cdot 10^{-10} + 2,15 \cdot 10^{-9}} = \frac{532,4 \cdot 10^{10} - 1,15 \cdot 10^{10}}{0,35 \cdot 10^{-9} + 2,15 \cdot 10^{-9}} = \frac{(532,4 - 1,15) \cdot 10^{10}}{(0,35 + 2,15) \cdot 10^{-9}} = \frac{531,25 \cdot 10^{10}}{2,5 \cdot 10^{-9}} = \frac{5,3125 \cdot 10^{12}}{2,5 \cdot 10^{-9}} = 2,125 \cdot 10^{21}$$

Ejercicio 10.

En las elecciones municipales de Villavieja acudieron a votar al colegio electoral $\frac{5}{8}$ del Censo electoral. $\frac{2}{5}$ de los que no fueron al colegio electoral viven fuera del pueblo y el 25% de éstos votó por correo.

- ¿Qué porcentaje del Censo no votó en las elecciones municipales?
- Si hubo 42 votos por correo, ¿cuántas personas figuran el Censo?

Han votado en el colegio electoral $\frac{5}{8}$ del Censo \Rightarrow no han acudido al colegio $\frac{3}{8}$ del Censo.

$\frac{2}{5}$ de $\frac{3}{8} = \frac{3}{20}$ viven fuera del pueblo ; 25% de los que viven fuera votó por correo \Rightarrow

25% de $\frac{3}{20} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{20} = \frac{3}{80}$ han votado por correo.

En total han votado $\frac{5}{8} + \frac{3}{80} = \frac{53}{80} \Rightarrow$ no han votado $\frac{27}{80} = 0,3375 = 33,75\%$

Si hubo 42 votos por correo $\Rightarrow \frac{3}{80} \text{ de } x = 42 \Rightarrow \frac{3}{80} \cdot x = 42 \Rightarrow x = 42 : \frac{3}{80} = 1120$

el Censo electoral está compuesto por 1120 personas