

IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 2 de marzo de 2005

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

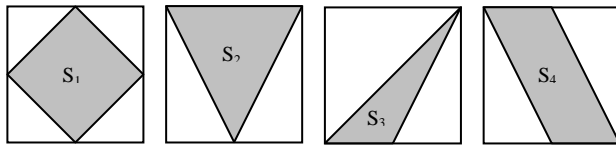
CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

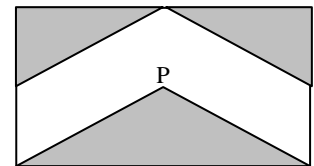
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés

- 1.- Aquí tienes cuatro cuadrados iguales. Marcamos los puntos medios de los lados y en cada cuadrado sombreamos una determinada superficie. Si llamamos S_1 , S_2 , S_3 y S_4 , a las áreas de las correspondientes superficies, ¿qué afirmación es verdadera?

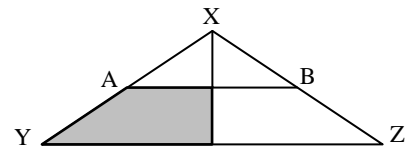


- A) $S_3 < S_4 < S_1$ y $S_1 = S_2$ B) $S_3 < S_1$ y $S_1 = S_2 = S_4$ C) $S_4 < S_3 < S_1 < S_2$
 D) $S_3 < S_1 < S_2$ y $S_1 = S_4$ E) $S_3 < S_4 < S_1 < S_2$.
- 2.- En un triángulo obtusángulo isósceles, el circuncentro define un rombo con los tres vértices del triángulo. ¿Cuánto mide el ángulo obtuso?
 A) 100° B) 105° C) 120° D) 135° E) 150° .
- 3.- Si el ortocentro de un triángulo está sobre uno de sus lados, el triángulo es:
 A) acutángulo B) isósceles
 C) rectángulo D) escaleno E) obtusángulo.

- 4.- Si el punto P es el centro del rectángulo, entonces el área de la zona sombreada es:
 A) Un cuarto del total B) Un tercio del total
 C) La mitad del total D) Dos tercios del total
 E) Tres cuartos del total.



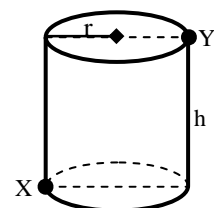
- 5.- El triángulo XYZ es isósceles de lado desigual YZ y de área 8 cm^2 . Si A y B son los puntos medios de los lados iguales, ¿cuál es el área, en cm^2 , de la región sombreada?
 A) 1,5 B) 2 C) 2,5 D) 3 E) 3,5.



- 6.- Al lanzar una moneda 4 veces, ¿cuál es la probabilidad de que el número de caras sea mayor o igual que el de cruces?
 A) $\frac{5}{16}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{11}{16}$.
- 7.- Un conductor sale con su coche desde el punto A; recorre 10 km hacia el norte, luego 10 hacia el Este, después 6 km hacia el Sur, más tarde 2 km hacia el Oeste, 8 km hacia el Norte, 4 km hacia el Oeste y finalmente 9 km hacia el Sur hasta finalizar su viaje en el punto B. ¿A qué distancia estará el punto B del punto A?
 A) 0 km B) 1 km C) $\sqrt{5}$ km D) 5 km E) $10\sqrt{2}$ km.
- 8.- En una reunión, una de cada tres mujeres y dos de cada cinco hombres son fumadoras, y hay doble número de hombres que de mujeres. La proporción de personas fumadoras es:
 A) 3 de 8 B) 11 de 30 C) 40 % D) 17 de 45 E) 36%.
- 9.- Al tirar dos dados de seis caras numeradas del uno al seis, ¿cuál es la probabilidad de que haya una diferencia de tres puntos entre los resultados?
 A) 1 : 6 B) 1 : 2 C) 1 : 4 D) 1 : 9 E) 1 : 12.

- 10.- Una hormiga se desplaza desde el punto X al punto Y sobre la superficie de un cilindro siguiendo el camino más corto posible. Si $r = 1$ y $h = 6$, ¿cuál es la distancia recorrida por la hormiga?

- A) 7 B) 8 C) $2\sqrt{10}$ D) $\sqrt{\pi^2 + 36}$ E) $\sqrt{\pi^2 + 9}$.

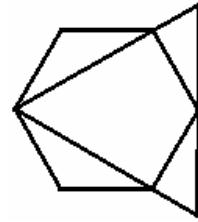


11.- Un viaje espacial sale de la Tierra hacia un planeta situado a 2^{20} km. Después de hacer un cuarto del trayecto, la nave pierde el contacto por radio con la Tierra, recuperándolo cuando está a 2^{19} km de ella. ¿Cuántos km recorrió la nave sin contacto por radio?

- A) 2^8 km B) 2^9 km C) 2^{10} km D) 2^{18} km E) 2^{19} km.

12.- Si el área del hexágono regular de la figura es 18 m^2 , el área del triángulo equilátero, en m^2 , es:

- A) 16 B) 18 C) $9\sqrt{6}$ D) $12\sqrt{3}$ E) $8\sqrt{3}$.

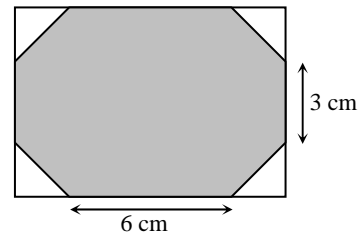


13.- Si el polinomio $x^3 + ax^2 + bx + c$ tiene las raíces 2, 3 y 5, entonces b es:

- A) 10 B) 30 C) 31 D) -30 E) -10.

14.- Al cortar de las 4 esquinas de un naipe rectangular 4 triángulos rectángulos isósceles iguales, como indica la figura, obtenemos un octógono de 62 cm^2 de área. ¿Cuánto mide la superficie que hemos quitado?

- A) 16 cm^2 B) 12 cm^2 C) 8 cm^2
D) 6 cm^2 E) Faltan datos para poder resolver el problema.



15.- Si $8^{668} + 2^{2005} + 4^{1003} = 7 \times 16^x$, entonces x es igual a:

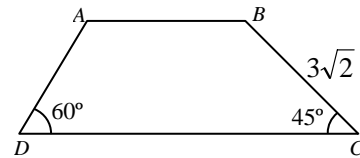
- A) 499 B) 500 C) 501 D) 502 E) Nada de lo anterior.

16.- La cifra de las unidades de $3^{1001} \times 7^{1002} \times 13^{1003}$ es:

- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9.

17.- La figura $ABCD$ es un trapecio con los datos que se indican en la figura. ¿Cuál es la longitud de la base DC ?

- A) $7 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$ B) 8 C) $\frac{19}{2}$ D) $8 + \sqrt{3}$
E) $8 + 3\sqrt{3}$.



18.- ¿Cuál es el mayor entero n para el que $n^{200} < 5^{300}$?

- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12.

19.- El número x dista de 2 menos de 3 y dista de 6 más de 5. Entonces:

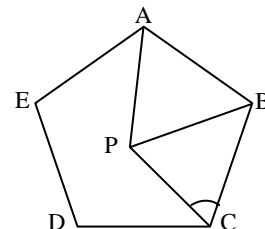
- A) $-1 < x < 0$ B) $1 < x < 11$ C) $-1 < x < 11$ D) $-1 < x < 1$ E) $5 < x < 6$.

20.- Las soluciones (x, y) del sistema $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 1 \\ x = y^2 - 5y + 1 \end{cases}$ verifican que $x - y = 0$, o que $x + y$ es igual a:

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 1 E) 0.

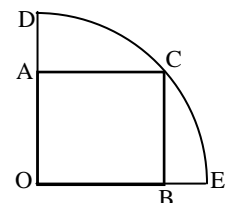
21.- En la figura que te mostramos, $ABCDE$ es un pentágono regular y APB un triángulo equilátero. ¿Cuál es el valor del ángulo \widehat{BCP} ?

- A) 64° B) 65° C) 66° D) 67° E) 68° .



22.- En una reunión hay un cierto número de personas. Curiosamente la media de edad de esas personas coincide con el número de personas que hay. Entra entonces en la habitación una persona de 29 años y vuelve a coincidir la edad media de las que hay con el número de personas. ¿Cuántas personas había en la habitación al principio?

- A) 14 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18.



23.- En el cuadrante de círculo OED hay inscrito un rectángulo $OBCA$ como se indica en la figura. Si $OE = 10$, ¿cuánto mide la diagonal AB ?

- A) 13 B) 8 C) 10 D) $\sqrt{130}$

E) Faltan datos para poder resolverlo.

24.- ¿Cuál es el valor de $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2005} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2005}$?

- A) $\frac{5^{2005}+1}{4}$ B) $\frac{5^{2005}-1}{4}$ C) 4^{2005} D) 0

E) 1.

25.- Un rectángulo corta a una circunferencia como se muestra en la figura. Si $AB = 4$ cm, $BC = 5$ cm y $DE = 3$ cm, ¿cuántos cm mide EF ?

- A) 6 B) 7 C) $\frac{20}{3}$
 D) 8 E) 9.

