

# XI CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 28 de febrero de 2007

**NIVEL III (3º y 4º de ESO)**

**iii Lee detenidamente las instrucciones !!!**

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b>0 puntos</b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

**COLABORAN:**

Universidad Complutense de Madrid  
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
Educamadrid  
www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés  
Yalos Instruments, S.L. - SAS

1  $O$  es el centro de un cuadrado de lado 4 cm y  $M$  el punto medio de un lado. ¿Cuál es el área, en  $\text{cm}^2$ , del cuadrado de diagonal  $OM$ ?

- A) 2      B)  $2\sqrt{2}$       C) 4      D)  $4\sqrt{2}$       E) 8

2 Al comprar unas deportivas nos hacen un 15 % de descuento y así ahorramos 9 €. ¿Cuántos euros hemos pagado por ellas?

- A) 60      B) 54      C) 51      D) 50      E) 48

3 Siete cruasanes pesan lo mismo que cuatro ensaimadas y cinco palmeras pesan lo mismo que seis ensaimadas. Si  $c$ ,  $e$  y  $p$  representan los pesos, en gramos, de un cruasán, una ensaimada y una palmera, respectivamente, entonces:

- A)  $c < p < e$       B)  $c < e < p$       C)  $e < c < p$       D)  $e < p < c$       E)  $p < c < e$

4 El número de matrícula del coche de Pedro es de 4 cifras pero no es muy difícil de recordar, pues es de la forma  $abba$  con  $a$  y  $b$  distintos y  $ab$  y  $ba$  números primos de dos cifras. ¿Cuántos números podrían ser los números de matrícula del coche de Pedro?

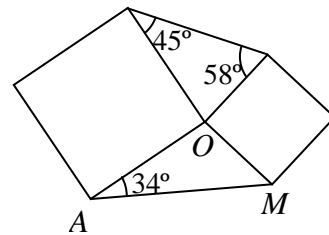
- A) 4      B) 6      C) 8      D) 10      E) 12

5 En un tablero  $10 \times 10$  escribimos por columnas las tablas de multiplicar del 1 al 10. En la primera columna están los números del 1 al 10, en la segunda del 2 al 20, ..., en la décima del 10 al 100. ¿Cuánto suman todos los números del tablero?

- A) 770      B) 1000      C) 2250      D) 2625      E) 3025

6 La figura está formada por dos cuadrados y dos triángulos. El ángulo  $\hat{A}MO$  mide:

- A)  $43^\circ$       B)  $39^\circ$       C)  $38^\circ$       D)  $36^\circ$   
E)  $35^\circ$



7 Se tira una moneda tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan dos y sólo dos caras seguidas?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

8 Designamos por  $n!$ , donde  $n$  es natural, al producto  $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$ . Así por ejemplo:  $5! = 4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ . ¿Cuál es la última cifra de  $20!$  que no es cero?

- A) 2      B) 4      C) 5      D) 6      E) 8

9 Numeramos los ocho vértices de un cubo desde el 1 al 8, de manera que los números correspondientes a los vértices de cada una de las seis caras son:  $[1,2,6,7]$ ,  $[1,4,6,8]$ ,  $[1,2,5,8]$ ,  $[2,3,5,7]$ ,  $[3,4,6,7]$  y  $[3,4,5,8]$ . El vértice marcado con el 6 es el más lejano al marcado con:

- A) 1      B) 3      C) 4      D) 5      E) 7

10  $98561^2 + 98569^2 - 2 \times 98565^2$  es igual a:

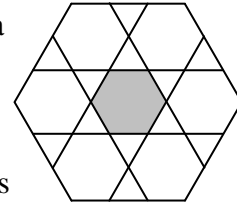
- A) 32      B) 82      C) 100      D) 2      E) 98562

- 11** El entero positivo  $N$  tiene exactamente seis divisores, incluyendo 1 y  $N$ . Si el producto de cinco de ellos es 648, ¿qué entero de los siguientes tiene que ser el otro divisor de  $N$ ?

A) 4      B) 9      C) 12      D) 16      E) 24

- 12** Si el hexágono grande de la figura tiene  $180 \text{ cm}^2$  de área, el área del hexágono central sombreado, en  $\text{cm}^2$ , es:

A) 15      B) 18      C) 20      D) 30      E) 36



- 13** En una bolsa hay dos bolas rojas y dos azules. Se extraen dos bolas sin mirar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

- 14** En una reunión, a dos tercios de los asistentes les gusta el teatro y a tres cuartos de ellos les gusta el cine. ¿Cuál es la proporción mínima de los que les gusta el cine y el teatro?

A)  $\frac{1}{12}$       B)  $\frac{5}{12}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{8}{9}$       E)  $\frac{5}{7}$

- 15** En un recorrido de 6 km quiero hacer una media de 5 km/h, pero en los tres primeros kilómetros mi media sólo ha sido de 4 km/h. ¿Cuál ha de ser la media en km/min de los últimos 3 km para poder conseguir mi objetivo?

A)  $\frac{1}{8}$       B)  $\frac{1}{9}$       C)  $\frac{1}{10}$       D)  $\frac{1}{11}$       E)  $\frac{1}{12}$

- 16** Amparo le dijo a su nieto David: “Durante seis años seguidos mi edad ha sido un múltiplo de la tuya, pero este año ya no ha ocurrido eso”. Cuando ocurra de nuevo que la edad de Amparo sea múltiplo de la de David, ¿cuánto será la suma de sus edades?

A) 65      B) 68      C) 70      D) 76      E) 80

- 17** En otra reunión, exactamente el 76 % de los asistentes lleva móvil. ¿Cuál es el menor número posible de asistentes?

A) 14      B) 19      C) 25      D) 48      E) 52

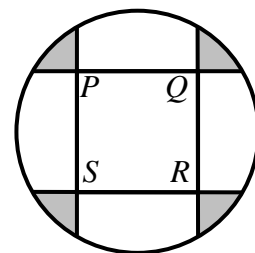
- 18** La compra en un súper sale un 12 % de media más barata. Alberto va al súper sólo si ahorra al menos 15 euros (para compensar tiempo y gastos de desplazamiento). ¿Cuál debe ser en ese caso el precio mínimo, en euros, de su compra en el súper?

A) 100      B) 110      C) 115      D) 120      E) 125

- 19** El cuadrado  $PQRS$  de lado 1 m y el círculo de radio 1 m de la figura, tienen el mismo centro. ¿Cuál es, en  $\text{m}^2$ , el área de la región sombreada?

A)  $\frac{\pi}{3}$       B)  $\frac{\pi - \sqrt{3}}{3}$       C)  $\sqrt{3} - 1$       D)  $\frac{\pi - 1}{3}$

E)  $\frac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}$



20 Si  $\frac{a+b}{a-b} = \frac{7}{4}$ , ¿cuánto vale  $\frac{a^2}{b^2}$ ?

- A)  $\frac{11}{3}$       B)  $\frac{121}{9}$       C)  $\frac{121}{16}$       D)  $\frac{49}{9}$       E)  $\frac{49}{16}$

21 Consideremos un cuadrado de lado 4 cm. Al unir los puntos medios de sus lados obtenemos un segundo cuadrado y si continuamos así, uniendo los puntos medios de los lados de cada cuadrado dibujado, obtenemos un nuevo cuadrado. ¿Cuál es, en cm, la longitud del lado del cuadrado número 12?

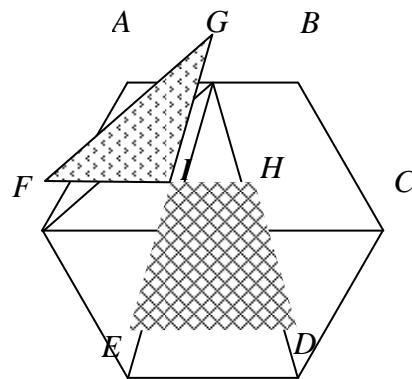
- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{8}$       C)  $\frac{1}{16}$       D)  $\frac{1}{8\sqrt{2}}$       E)  $\frac{1}{16\sqrt{2}}$

22 En el interior de un triángulo rectángulo isósceles de 6 cm de cateto, dibujamos una circunferencia tangente a sus tres lados. ¿Cuál es, en cm, el radio de esta circunferencia?

- A)  $3\sqrt{2}$       B)  $2\sqrt{3}$       C)  $6 - 3\sqrt{2}$       D)  $\frac{3}{2}$       E) 3

23 En el hexágono regular  $ABCDEF$  de la figura,  $G$  es el punto medio del lado  $AB$ . ¿Cuál es el cociente entre el área del trapecio  $EDHI$  y el triángulo  $FIG$ ?

- A) 2      B) 3      C)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$   
D)  $\sqrt{3}$       E)  $\sqrt{2}$



24 Si el cociente entre el perímetro de un cuadrilátero en el que se pueda inscribir una circunferencia y la longitud de la circunferencia inscrita en él es  $\frac{4}{3}$ , ¿cuál es el cociente entre el área de dicho cuadrilátero y el área del círculo?

- A)  $\frac{4}{\pi}$       B)  $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$       C)  $\frac{16}{9}$       D)  $\frac{\pi}{3}$       E)  $\frac{4}{3}$

25 El entero positivo 1 tiene la propiedad de ser un cuadrado perfecto y al sumarle 99 también resulta ser un cuadrado perfecto. Además del 1, ¿cuántos enteros positivos tienen esa propiedad?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 48      E) 98