

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: Día 19 de abril de 2008

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

1 Lanzamos un dado al aire y sea P el producto de los cinco números visibles. ¿Cuál es el mayor número que podemos asegurar que siempre dividirá a P ?

- A) 6 B) 12 C) 24 D) 144 E) 720

2 De los siguientes números, ¿cuál es un cuadrado perfecto?

Nota. La expresión $n!$, en donde n es un número natural, representa el producto de todos los números naturales menores o iguales a n . Por ejemplo. $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

- A) $98! \cdot 99!$ B) $98! \cdot 100!$ C) $99! \cdot 100!$ D) $99! \cdot 101!$ E) $100! \cdot 101!$

3 En un viaje a EEUU, Pedro llevó n euros que los cambió por dólares al llegar, recibiendo 10 dólares por cada 7 euros. Si después de gastar 600 dólares, se quedó con n dólares, ¿cuál es la suma de las cifras de n ?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4 La edad de Juan tiene las mismas dos cifras que la de su sobrina Ana pero cambiando el orden. Si dentro de 5 años, Juan tiene el doble de años que Ana, ¿cuántos años le lleva?

- A) 9 B) 18 C) 27 D) 36 E) 45

5 En la sucesión 2001, 2002, 2003, ..., cada término a partir del 4º se obtiene restando el anterior a la suma de los dos que preceden a éste. Así por ejemplo, el cuarto término sería $2001 + 2002 - 2003 = 2000$. ¿Qué número ocupa el lugar 2008 en esta sucesión?

- A) 0 B) -2 C) -4 D) -6 E) -8

6 En una fiesta, en la que había 12 chicos, cada uno de ellos bailó con 3 chicas y cada una de las chicas que había, bailó con 2 chicos. ¿Cuántas chicas había en la fiesta?

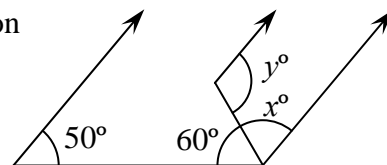
- A) 8 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

7 Ana y Beatriz parten al mismo tiempo de dos puntos diametralmente opuestos de una pista circular, a distintas velocidades y en sentido contrario. Cuando se encuentran por primera vez, Ana ha recorrido 100 metros y, desde ese momento hasta que se encuentra por segunda vez, Beatriz ha recorrido 150 metros. Si sus velocidades son constantes ¿cuál es, en m, la longitud de la pista?

- A) 250 B) 300 C) 350 D) 400 E) 500

8 En el diagrama de la figura, en el que las líneas con flecha son paralelas, $y - x$ es igual a:

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45
E) 50



9 Antonio, Beatriz y Carolina tienen 15, 14 y 13 monedas respectivamente y acuerdan el siguiente entretenimiento: en cada ronda, el que más monedas tenga les da 1 a cada uno de los otros dos y otra a Dani que hace de árbitro. Así, después de la 1ª ronda, Antonio se queda con 12, Beatriz con 15 y Carolina con 14. El juego se acaba cuando alguno se queda sin monedas. ¿Cuántas rondas durará?

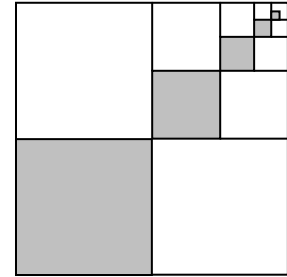
- A) 33 B) 35 C) 37 D) 39 E) 41

10 Si m y n son enteros impares mayores que 2008, ¿Qué número de los siguientes es impar?

- A) $m^3 + n$ B) $2m^5n^7$ C) $m^3 + 2n$ D) $m + n$ E) $(mn + 7)^5$

11 Dividimos un cuadrado en cuartos y lo sombreamos como se indica en la figura. Si el proceso continuara indefinidamente, ¿qué fracción del cuadrado original quedaría sombreada?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$



12 En un grupo de 3º de ESO elegimos un estudiante al azar. La probabilidad de que el elegido sea chico es $\frac{2}{3}$ de la probabilidad de que sea chica. ¿Cuál es el cociente entre el número de chicos y el total de estudiantes de ese grupo?

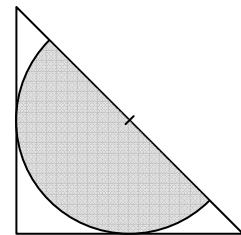
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

13 En un supermercado se vende detergente en tres tipos de envases: pequeño (P), mediano (M) y grande (G). El envase mediano cuesta un 50% más que el pequeño y contiene 20% menos detergente que el grande. El envase grande contiene doble detergente que el pequeño y cuesta un 30% más que el mediano. Ordenados del más rentable al menos rentable, quedarían así:

- A) PMG B) GMP C) MPG D) GPM E) MGP

14 El triángulo de la figura es rectángulo e isósceles y el semicírculo que ves, con centro en la hipotenusa y tangente a los dos catetos, tiene de área 2π . ¿Cuál es el área del triángulo?

- A) 6 B) 8 C) 3π D) 10 E) 4π

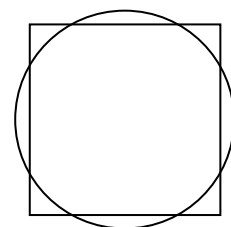


15 P es un número de 2 008 cifras que es divisible por 18. Si Q es la suma de las cifras de P, R la suma de las cifras de Q y S la suma de las cifras de R, el valor de S es:

- A) 9 B) 18 C) 180 D) 2 008 E) Faltan datos para determinarlo

16 El cuadrado y el círculo de la figura tienen el mismo centro. Si el área de la región interior al círculo pero exterior al cuadrado y el área de la región exterior al círculo pero interior al cuadrado coinciden, ¿cuál es el radio del círculo si la longitud del lado del cuadrado es 2?

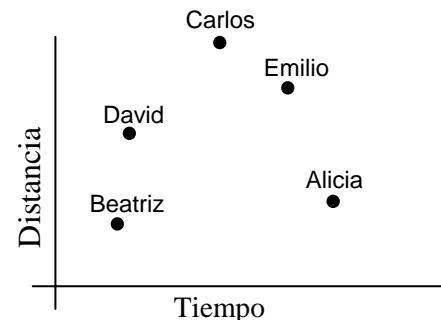
- A) $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ B) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\sqrt{\pi}$



17 De una lista de 9 números, sabemos que seis de ellos son 7, 8, 3, 5, 9 y 5. ¿Cuál es el mayor valor posible para la mediana de los nueve?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

- 18** En la gráfica adjunta te mostramos los resultados de un entrenamiento de un equipo de cross. ¿Quién es el más rápido?



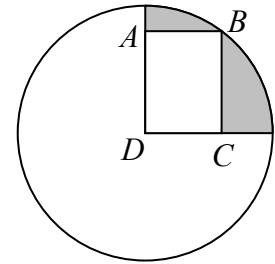
- A) Alicia B) Beatriz C) Carlos D) David
E) Emilio

- 19** Si $f(x) = x^{x+1} \cdot (x+2)^{x+3}$, $f(0) + f(-1) + f(-2) + f(-3)$ es igual a:

- A) $-\frac{8}{9}$ B) 0 C) $\frac{8}{9}$ D) 1 E) $\frac{10}{9}$

- 20** El lado AB del rectángulo de la figura mide 3 cm y el BC , 4. Si D es el centro del círculo, el área, en cm^2 , de la región sombreada está comprendida entre:

- A) 4 y 5 B) 5 y 6 C) 6 y 7 D) 7 y 8 E) 8 y 9



- 21** La suma de las longitudes de las 12 aristas de una caja rectangular (ortopedro) es 140 cm y la distancia de uno de los vértices al vértice más lejano es 21 cm. ¿Cuál es, en cm^2 , el área total de la caja?

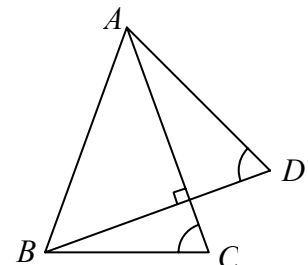
- A) 776 B) 784 C) 798 D) 800 E) 812

- 22** Tiramos un dado tres veces. Si la suma de los números aparecidos en las dos primeras tiradas es igual al número aparecido en la tercera, ¿cuál es la probabilidad de que haya aparecido un 2 al menos una vez?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{91}{216}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{12}$

- 23** Los triángulos ABC y ABD son isósceles con $AB = AC = BD$. Si BD es perpendicular a AC , la suma de los ángulos $\hat{C} + \hat{D}$ es igual a:

- A) 115° B) 120° C) 130° D) 135°
E) No tenemos datos suficientes para determinarla



- 24** En julio de este año se celebrará en Madrid la XLIX Olimpiada Matemática Internacional en la que participan chicos y chicas de entre 15 y 18 años de 108 países. Si el delegado de cada país da un apretón de manos a los demás delegados, ¿cuántos apretones en total se darán en la inauguración?

- A) 107 B) 216 C) 5778 D) 11556 E) 11664

- 25** Si en una división entera sumo 900 al dividendo, el cociente aumenta en 7 y el resto disminuye en 24, ¿cuál es el divisor de dicha división?

- A) 132 B) 168 C) 732 D) 31 E) 231