

XIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS



2ª FASE: Día 25 de abril de 2009

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

ORGANIZA:

Asociación Matemática "Concurso de Primavera"

COLABORAN:

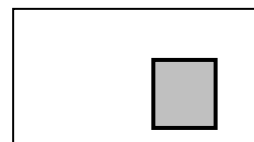
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1** Dibujamos un cuadrado en el interior de un rectángulo doble de largo que de ancho siendo esta dimensión el doble que el lado del cuadrado. ¿Qué porcentaje del área del rectángulo ocupa el cuadrado?



A) 12,5 % B) 20 % C) 15 % D) 22,5 % E) 10 %.

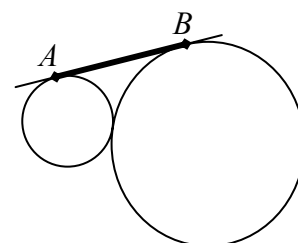
- 2** La fracción $\frac{(3^{2009})^2 - (3^{2007})^2}{(3^{2008})^2 - (3^{2006})^2}$ es igual a:

A) 1 B) $\frac{9}{4}$ C) 3 D) $\frac{9}{2}$ E) 9

- 3** Supón que $\frac{2x}{3} - \frac{x}{6}$ es un número entero. De las siguientes afirmaciones sobre x , ¿cuál tiene que ser necesariamente verdadera?

A) Es negativo B) Es par C) Es múltiplo de 3 D) Es múltiplo de 6 E) Es múltiplo de 12

- 4** La figura muestra dos circunferencias tangentes de radios 4 y 9 cm. ¿Cuál es la longitud del segmento AB , tangente a ellas?



A) 5 B) 6 C) 10 D) 12
E) 13

- 5** Al dividir un número N de 3 cifras entre el número formado por sus dos últimas cifras (en el mismo orden), se obtiene 30 de cociente y 4 de resto. ¿Cuánto suman las cifras del número N ?

A) 13 B) 12 C) 11 D) 10 E) 9

- 6** Francisco tenía $a^2 - b^2$ euros y se gastó $\frac{a}{b}$ de lo que no gastó. ¿Cuántos euros le quedaron?

A) $a - b$ B) $ab - a^2$ C) $ab - b^2$ D) $a + b$ E) a

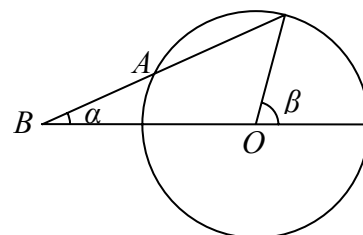
- 7** Ana pinta una habitación en 10 horas y Cati en 7 horas. Trabajando juntas y tomándose una hora para comer, terminarían el trabajo en t horas. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones satisface el número t ?

A) $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{7}\right)(t + 1) = 1$ B) $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{7}\right)t + 1 = 1$ C) $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{7}\right)t = 1$ D) $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{7}\right)(t - 1) = 1$
E) $(10 + 7)t = 1$

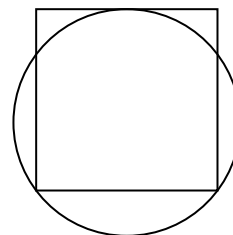
- 8** En la figura del margen, O es el centro de la circunferencia y el segmento AB mide igual que el radio de dicha circunferencia.

Si $\alpha = 25^\circ$, ¿cuánto mide el ángulo β ?

A) 65° B) 70° C) 75° D) 80°
E) 85°



- 9 En la figura se observa un cuadrado con un lado tangente a una circunferencia, siendo los vértices del lado opuesto puntos de esa circunferencia. Si el lado del cuadrado mide 16 cm, ¿cuánto mide el radio de la circunferencia?



- A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) 8 D) $6\sqrt{2}$ E) 10

- 10 Las longitudes, en metros, de los lados de un triángulo son 18, 24 y 30. ¿Cuántos decímetros mide la altura más corta de dicho triángulo?

- A) 144 B) 150 C) 160 D) 169 E) 180

- 11 Para cada entero positivo n , mayor que 2009, generamos el número $m = n^3 - n$. ¿Cuál es el máximo común divisor de esos infinitos m así formados?

- A) 2 B) 6 C) 41 D) 49 E) 2009

- 12 He estudiado los comportamientos alimenticios de una rata durante algunos días y he observado que:

I: La rata comía como mucho una vez al día, bien por la tarde o bien por la mañana.

II: En total comió 9 veces.

III: Hubo 6 mañanas que no comió.

IV: Hubo 7 tardes que no comió.

¿Cuántos días duró mi estudio?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) Hay una contradicción en el enunciado.

- 13 Ayer por la tarde, Alicia condujo una hora más que Pedro y a una velocidad media superior a la de Pedro en 5 km/hora. Luisa condujo dos horas más que Pedro y a una velocidad media superior a la de Pedro en 10 km/hora. Si Alicia condujo 70 km más que Pedro, ¿cuántos km condujo Luisa más que Pedro?

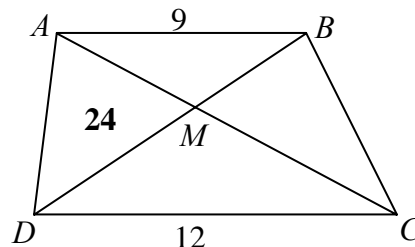
- A) 120 B) 130 C) 140 D) 150 E) 160

- 14 El lado de un triángulo equilátero mide 6 cm. Pintamos de rojo la región exterior al triángulo formado por los puntos que distan una cantidad menor o igual que 3 cm de algún punto del triángulo. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de esta región?

- A) $12(3 + 2\sqrt{3})$ B) $9(6 + \pi)$ C) $6(9 + 3\sqrt{3} + \pi)$ D) $(2\sqrt{3} + 3)^2 \pi$ E) $9(\sqrt{3} + 1)^2 \pi$

- 15 Las diagonales del trapecio $ABCD$ de la figura se cortan en el punto M . Si $AB = 9$, $DC = 12$ y el área del triángulo AMD es 24, ¿cuál es el área del trapecio?

- A) 92 B) 94 C) 96 D) 98
E) 100



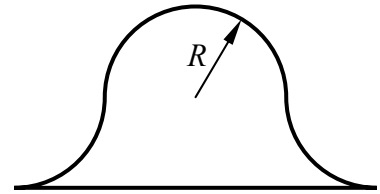
- 16 ¿Cuántos números de dos cifras verifican que si a la suma de sus cifras le añadimos el producto de las mismas obtenemos el número en cuestión?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

- 17 En un triángulo acutángulo, el ángulo menor es $\frac{1}{5}$ del mayor. Si la medida de cada ángulo viene dada por un número entero de grados, ¿cuál es la suma de los dos mayores?

- A) 157° B) 160° C) 163° D) 166° E) Son posibles varias soluciones.

- 18 La figura de la derecha está formada por cuatro cuartos de circunferencia del mismo radio R y un segmento horizontal. ¿Cuál es su área?



- A) $2R^2$ B) πR^2 C) $4R^2$ D) $6R^2$
E) $2\pi R^2$.

- 19 ¿Cuántos enteros n con $100 < n < 1000$ no son divisibles ni por 2 ni por 5?

- A) 270 B) 360 C) 540 D) 630 E) 810

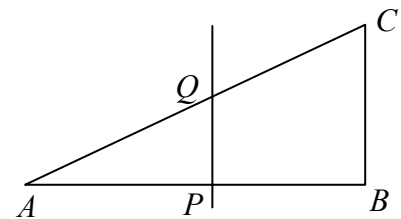
- 20 Alargamos dos lados opuestos de un cuadrado en un 10% de su longitud y acortamos los otros dos en otro 10% formando así un rectángulo cuya área, respecto de la del cuadrado, resulta ser:

- A) La misma B) Un 10% mayor C) Un 1% mayor D) Un 10% menor E) Un 1% menor.

- 21 Hemos descompuesto en factores primos los números A y B : $A = 2^b \cdot 3^c \cdot 5^d$ y $B = 2^f \cdot 3^g \cdot 5^h$ y hemos comprobado que $\text{mcd}(A, B) = 120$ y que $\text{mcm}(A, B) = 18000$. ¿Cuánto vale la suma $b + f$?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

- 22 En el triángulo rectángulo ABC de la figura, el cateto AB tiene de longitud 3. Por el punto P trazamos una paralela a BC que corta a la hipotenusa AC en el punto Q . Si el área del trapecio $PBCQ$ es el doble que el área del triángulo PQA , entonces la longitud de AP es:

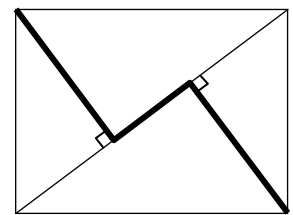


- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 3

- E) $\sqrt{5}$.

- 23 ¿Cuál es la longitud de la línea quebrada construida en el rectángulo de dimensiones 8 y 6?

- A) 12 B) 12,4 C) 12,5 D) 14 E) 16



- 24 El número de 4 cifras $aabb$ es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es la suma de sus cifras?

- A) 12 B) 16 C) 8 D) 20 E) 22

- 25 El punto M es el centro de la semicircunferencia de la figura, en la que se muestran algunos ángulos. ¿Cuál es el valor del ángulo señalado con x ?

- A) 50° B) 51° C) 52°
D) 53° E) 54°

