



## XIV CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 3 de marzo de 2010

NIVEL III (3º y 4º ESO)

**!!! Lee detenidamente estas instrucciones!!!**

**Escribe tu nombre** y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

**No está permitido el uso de calculadoras**, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

**No contestes en ningún caso al azar**. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta <b>correcta</b> te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes <b>en blanco</b></i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta <b>errónea</b></i>	<b>0 puntos</b>

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA**  LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

**SI TE EQUIVOCAS**, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

### **CONVOCA**

Facultad de Matemáticas de la UCM

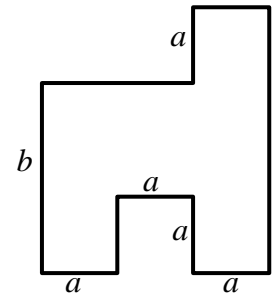
### **ORGANIZA**

Asociación Matemática  
Concurso de Primavera

### **COLABORAN**

Universidad Complutense de Madrid  
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
Educamadrid  
El Corte Inglés  
Grupo ANAYA  
Grupo SM  
Librería Aviraneta  
[www.profes.net](http://www.profes.net)

- 1 El dibujo de la derecha muestra el plano de una habitación en la que cualesquiera de las paredes que se juntan son perpendiculares. Si las longitudes de algunas paredes son  $a$  y  $b$ , ¿cuál es el área de la habitación?



- A)  $3ab + b^2$       B)  $8a + 2b$       C)  $3ab - a^2$       D)  $b^2 - a^2$   
E)  $3ab$

- 2 Un grupo de estudiantes decide contratar un autobús para una excursión. Calculan que si cada uno paga 14 euros, faltarán 4 euros para poder pagar el alquiler del autobús, pero si cada uno paga 16 euros, sobrarán 6 euros. ¿Cuántos euros debe pagar cada uno para recaudar el precio exacto del alquiler del autobús?

- A) 14,40      B) 14,60      C) 14,80      D) 15      E) 15,20

- 3 En el cuadrado que observas resulta que cada fila, cada columna y cada diagonal forman una progresión aritmética. ¿Qué número es  $x$ ? (Recuerda: en una progresión aritmética, la diferencia entre dos términos consecutivos es constante).

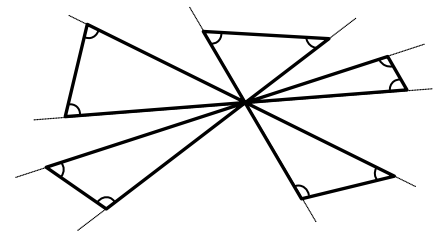
				21
	16			
		27		
				$x$

- A) 49      B) 42      C) 33      D) 28  
E) 4

- 4 Llamamos *longitud* de un número natural al número de factores que tiene su descomposición en factores primos. Por ejemplo, la longitud de 30 es 3 pues  $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$  y la longitud de 90 es 4 pues  $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ . ¿Cuántos números impares mayores que 2 pero menores que 100 tienen longitud 3?

- A) 2      B) 3      C) 5      D) 7      E) Nada de lo anterior

- 5 ¿Cuál es la suma de los diez ángulos señalados en el dibujo en el que los triángulos los hemos construido ayudándonos de cinco rectas concurrentes?

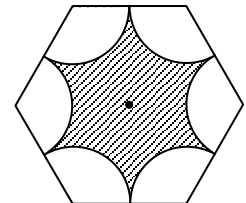


- A)  $300^\circ$       B)  $450^\circ$       C)  $360^\circ$   
D)  $600^\circ$       E)  $720^\circ$

- 6 Isa ha olvidado el código del candado de su bicicleta, que era de tres cifras distintas, pero recuerda que si dividía la primera entre la segunda y luego elevaba el resultado al cuadrado, obtenía la tercera. ¿Cuántos códigos tienen esta propiedad?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

- 7 Si el hexágono de la figura tiene 2 dm de lado, ¿cuál es, en  $\text{dm}^2$ , el área de la estrella central?



- A)  $3\sqrt{3} - \pi$       B)  $6\sqrt{3} - 2\pi$       C)  $2\sqrt{6} - \pi$   
D)  $3 \cdot (\sqrt{18} - \pi)$       E)  $6 \cdot (2\sqrt{3} - \pi)$

- 8 En una circunferencia de radio 5, trazamos una cuerda  $AB$  de longitud 6. Si  $C$  es el punto medio del menor de los arcos  $AB$ , ¿cuál es la longitud de la cuerda  $AC$ ?

- A)  $\sqrt{10}$       B)  $\frac{7}{2}$       C)  $\sqrt{14}$       D)  $\sqrt{15}$       E) 4

- 9** En una sucesión de números, cada uno de ellos a partir del tercero es igual a la suma del doble del anterior más el anterior a éste, es decir:  $a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$ . Si el tercero es 9 y el sexto es 128, ¿cuál es el valor del quinto?  
 A) 40                      B) 53                      C) 68                      D) 88                      E) 104
- 10** Marta quiere comprar un ordenador y acude a dos tiendas. En la tienda A le rebajan un 15 % del precio y, posteriormente, le descuentan 90 euros. En la tienda B le rebajan un 25 % del precio sin descuento posterior. Si Marta se ahorra 15 euros comprando en la tienda A en lugar de en la B, ¿cuál era, en euros, el precio del ordenador?  
 A) 750                      B) 900                      C) 1000                      D) 1050                      E) 1500
- 11** Los lados de un triángulo rectángulo son números enteros menores que 100. ¿En cuántos de estos triángulos se cumple que el cateto mayor y la hipotenusa son números consecutivos?  
 A) 6                      B) 7                      C) 8                      D) 9                      E) 10
- 12** Unimos los puntos medios de los lados de un cuadrado  $S_1$  de área 16, formando así un nuevo cuadrado  $S_2$ . Hacemos lo mismo en  $S_2$  para formar un nuevo cuadrado  $S_3$ . ¿Cuál es el área de  $S_3$ ?  
 A)  $\frac{1}{2}$                       B) 1                      C) 2                      D) 3                      E) 4
- 13** ¿Cuánto mide, en cm, la hipotenusa de un triángulo rectángulo de 128 cm de perímetro y 320  $\text{cm}^2$  de área?  
 A) 57                      B) 59                      C) 61                      D) 63                      E) 65
- 14** Si  $k = 2^{2010} + 2010^2$ , ¿cuál es la cifra de las unidades de  $2^k + k^2$ ?  
 A) 0                      B) 2                      C) 4                      D) 6                      E) 8
- 15** En el segmento de extremos  $A$  y  $D$ , marcamos los puntos  $B$  y  $C$ . Si la longitud de  $AB$  es cuatro veces la de  $BD$  y la longitud de  $AC$  es nueve veces la de  $CD$ , ¿qué fracción de  $AD$  es  $BC$ ?  
 A)  $\frac{1}{36}$                       B)  $\frac{1}{13}$                       C)  $\frac{1}{10}$                       D)  $\frac{5}{36}$                       E)  $\frac{1}{5}$
- 16** ¿Cuántas parejas  $(x, y)$  de enteros no negativos verifican que  $3x + 2y = 50$ ?  
 A) 1                      B) 7                      C) 9                      D) 16                      E) 17
- 17** Si la ecuación de segundo grado  $ax^2 - 2ax + b = 0$  tiene dos soluciones, ¿cuál es la media aritmética de dichas soluciones?  
 A) 1                      B) 2                      C)  $\frac{b}{a}$                       D)  $\frac{2b}{a}$                       E)  $\sqrt{2a - b}$
- 18** Si terminamos de rellenar el cuadrado mágico de la figura (los tres números de cualquier fila, columna o diagonal suman lo mismo), ¿cuál es el mayor número que aparece en el cuadrado?

8		4
		10

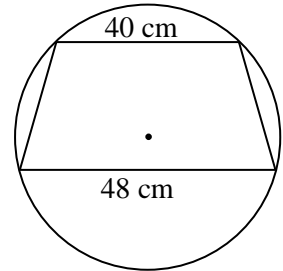
- A) 10                      B) 13                      C) 15                      D) 16  
 E) 18

**19** Un polinomio  $P$  de grado dos tiene dos raíces enteras distintas. El coeficiente de  $x^2$  es 1 y el coeficiente del término de primer grado es 20. ¿Cuál es el mayor valor numérico que puede tomar para  $x = 1$ ?

- A) 120      B) 108      C) 107      D) 96      E) 40

**20** En una circunferencia de radio 25 cm, inscribimos un trapecio isósceles de bases 40 y 48 cm. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , su área?

- A) 968      B) 954      C) 944      D) 920  
E) 900



**21** ¿Cuántos números de seis cifras distintas  $abcdef$  formados con las cifras del 1 al 6 son múltiplos de 12?

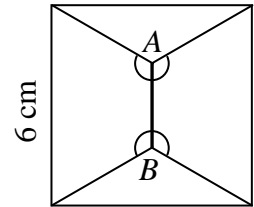
- A) 192      B) 48      C) 130      D) 240      E) 18

**22** ¿Cuál es la mayor potencia de 3 que divide a  $9 \cdot 99 \cdot 999 \cdot 9999 \cdot 99999 \cdot 999999$ ?

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15      E) 16

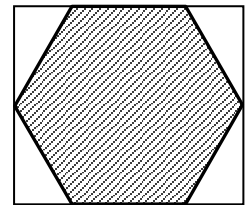
**23** En este cuadrado de 6 cm de lado hemos marcado cuatro ángulos que miden  $120^\circ$  cada uno. ¿Cuántos centímetros mide el segmento  $AB$ ?

- A)  $6 - 2\sqrt{3}$       B)  $3\sqrt{3} - 2$       C) 4      D)  $2\sqrt{3}$   
E)  $3\sqrt{2}$



**24** El rectángulo de la figura tiene  $64 \text{ cm}^2$  de área. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del hexágono regular inscrito?

- A) 36      B) 40      C) 42      D) 48  
E) 56



**25** La figura está formada por dos cuadrados de lados 4 y 5 cm, un triángulo de área  $8 \text{ cm}^2$ , y un paralelogramo. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área del paralelogramo?

- A) 21      B) 20      C) 18      D) 16  
E) 15

