



XIV CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 3 de marzo de 2010

NIVEL III (3º y 4º ESO)

!!! Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

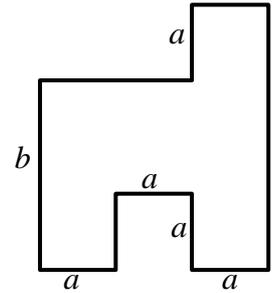
ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Librería Aviraneta
www.profes.net

- 1 El dibujo de la derecha muestra el plano de una habitación en la que cualesquiera de las paredes que se juntan son perpendiculares. Si las longitudes de algunas paredes son a y b , ¿cuál es el área de la habitación?



- A) $3ab + b^2$ B) $8a + 2b$ C) $3ab - a^2$ D) $b^2 - a^2$
E) $3ab$

- 2 Un grupo de estudiantes decide contratar un autobús para una excursión. Calculan que si cada uno paga 14 euros, faltarán 4 euros para poder pagar el alquiler del autobús, pero si cada uno paga 16 euros, sobrarán 6 euros. ¿Cuántos euros debe pagar cada uno para recaudar el precio exacto del alquiler del autobús?

- A) 14,40 B) 14,60 C) 14,80 D) 15 E) 15,20

- 3 En el cuadrado que observas resulta que cada fila, cada columna y cada diagonal forman una progresión aritmética. ¿Qué número es x ? (Recuerda: en una progresión aritmética, la diferencia entre dos términos consecutivos es constante).

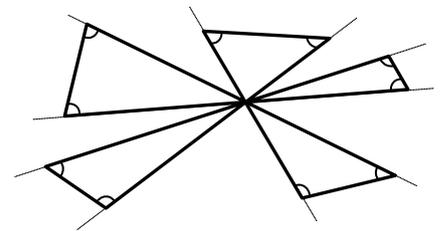
				21
	16			
		27		
				x

- A) 49 B) 42 C) 33 D) 28
E) 4

- 4 Llamamos *longitud* de un número natural al número de factores que tiene su descomposición en factores primos. Por ejemplo, la longitud de 30 es 3 pues $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$ y la longitud de 90 es 4 pues $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. ¿Cuántos números impares mayores que 2 pero menores que 100 tienen longitud 3?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) Nada de lo anterior

- 5 ¿Cuál es la suma de los diez ángulos señalados en el dibujo en el que los triángulos los hemos construido ayudándonos de cinco rectas concurrentes?

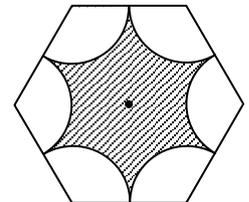


- A) 300° B) 450° C) 360°
D) 600° E) 720°

- 6 Isa ha olvidado el código del candado de su bicicleta, que era de tres cifras distintas, pero recuerda que si dividía la primera entre la segunda y luego elevaba el resultado al cuadrado, obtenía la tercera. ¿Cuántos códigos tienen esta propiedad?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 7 Si el hexágono de la figura tiene 2 dm de lado, ¿cuál es, en dm^2 , el área de la estrella central?



- A) $3\sqrt{3} - \pi$ B) $6\sqrt{3} - 2\pi$ C) $2\sqrt{6} - \pi$
D) $3 \cdot (\sqrt{18} - \pi)$ E) $6 \cdot (2\sqrt{3} - \pi)$

- 8 En una circunferencia de radio 5, trazamos una cuerda AB de longitud 6. Si C es el punto medio del menor de los arcos AB , ¿cuál es la longitud de la cuerda AC ?

- A) $\sqrt{10}$ B) $\frac{7}{2}$ C) $\sqrt{14}$ D) $\sqrt{15}$ E) 4

- 9** En una sucesión de números, cada uno de ellos a partir del tercero es igual a la suma del doble del anterior más el anterior a éste, es decir: $a_{n+2} = 2a_{n+1} + a_n$. Si el tercero es 9 y el sexto es 128, ¿cuál es el valor del quinto?
- A) 40 B) 53 C) 68 D) 88 E) 104
- 10** Marta quiere comprar un ordenador y acude a dos tiendas. En la tienda A le rebajan un 15 % del precio y, posteriormente, le descuentan 90 euros. En la tienda B le rebajan un 25 % del precio sin descuento posterior. Si Marta se ahorra 15 euros comprando en la tienda A en lugar de en la B, ¿cuál era, en euros, el precio del ordenador?
- A) 750 B) 900 C) 1000 D) 1050 E) 1500
- 11** Los lados de un triángulo rectángulo son números enteros menores que 100. ¿En cuántos de estos triángulos se cumple que el cateto mayor y la hipotenusa son números consecutivos?
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10
- 12** Unimos los puntos medios de los lados de un cuadrado S_1 de área 16, formando así un nuevo cuadrado S_2 . Hacemos lo mismo en S_2 para formar un nuevo cuadrado S_3 . ¿Cuál es el área de S_3 ?
- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2 D) 3 E) 4
- 13** ¿Cuánto mide, en cm, la hipotenusa de un triángulo rectángulo de 128 cm de perímetro y 320 cm^2 de área?
- A) 57 B) 59 C) 61 D) 63 E) 65
- 14** Si $k = 2^{2010} + 2010^2$, ¿cuál es la cifra de las unidades de $2^k + k^2$?
- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8
- 15** En el segmento de extremos A y D , marcamos los puntos B y C . Si la longitud de AB es cuatro veces la de BD y la longitud de AC es nueve veces la de CD , ¿qué fracción de AD es BC ?
- A) $\frac{1}{36}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{5}{36}$ E) $\frac{1}{5}$
- 16** ¿Cuántas parejas (x, y) de enteros no negativos verifican que $3x + 2y = 50$?
- A) 1 B) 7 C) 9 D) 16 E) 17
- 17** Si la ecuación de segundo grado $ax^2 - 2ax + b = 0$ tiene dos soluciones, ¿cuál es la media aritmética de dichas soluciones?
- A) 1 B) 2 C) $\frac{b}{a}$ D) $\frac{2b}{a}$ E) $\sqrt{2a - b}$
- 18** Si terminamos de rellenar el cuadrado mágico de la figura (los tres números de cualquier fila, columna o diagonal suman lo mismo), ¿cuál es el mayor número que aparece en el cuadrado?
- A) 10 B) 13 C) 15 D) 16 E) 18

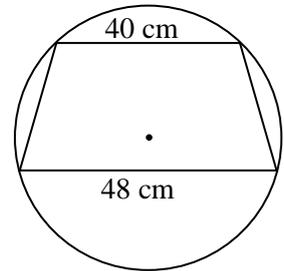
8		4
		10

19 Un polinomio P de grado dos tiene dos raíces enteras distintas. El coeficiente de x^2 es 1 y el coeficiente del término de primer grado es 20. ¿Cuál es el mayor valor numérico que puede tomar para $x = 1$?

- A) 120 B) 108 C) 107 D) 96 E) 40

20 En una circunferencia de radio 25 cm, inscribimos un trapecio isósceles de bases 40 y 48 cm. ¿Cuál es, en cm^2 , su área?

- A) 968 B) 954 C) 944 D) 920
E) 900



21 ¿Cuántos números de seis cifras distintas $abcdef$ formados con las cifras del 1 al 6 son múltiplos de 12?

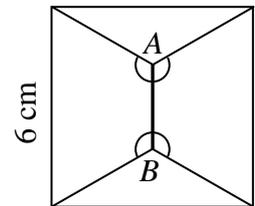
- A) 192 B) 48 C) 130 D) 240 E) 18

22 ¿Cuál es la mayor potencia de 3 que divide a $9 \cdot 99 \cdot 999 \cdot 9999 \cdot 99999 \cdot 999999$?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

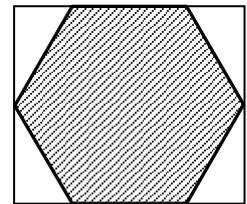
23 En este cuadrado de 6 cm de lado hemos marcado cuatro ángulos que miden 120° cada uno. ¿Cuántos centímetros mide el segmento AB ?

- A) $6 - 2\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3} - 2$ C) 4 D) $2\sqrt{3}$
E) $3\sqrt{2}$



24 El rectángulo de la figura tiene 64 cm^2 de área. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del hexágono regular inscrito?

- A) 36 B) 40 C) 42 D) 48
E) 56



25 La figura está formada por dos cuadrados de lados 4 y 5 cm, un triángulo de área 8 cm^2 , y un paralelogramo. ¿Cuál es, en cm^2 , el área del paralelogramo?

- A) 21 B) 20 C) 18 D) 16
E) 15

