



## XVIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 5 de abril de 2014

NIVEL III (3º y 4º ESO)

### iii Lee detenidamente estas instrucciones !!!

**Escribe tu nombre** y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

**No está permitido el uso de calculadoras**, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

|  |                 |
|--|-----------------|
| Cada respuesta <b>correcta</b> te aportará | <b>5 puntos</b> |
| Cada pregunta que dejes <b>en blanco</b>   | <b>1 punto</b>  |
| Cada respuesta <b>errónea</b>              | <b>0 puntos</b> |

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA**  **X** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

**SI TE EQUIVOCAS**, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

#### **CONVOCA**

Facultad de Matemáticas de la UCM

#### **ORGANIZA**

Asociación Matemática  
Concurso de Primavera

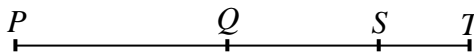
#### **COLABORAN**

Universidad Complutense de Madrid  
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
El Corte Inglés  
Grupo ANAYA  
Grupo SM  
Smartick  
Libros Guijarro

**1** La media de los elementos de un cierto conjunto A es 4. La media de los números de otro conjunto B, con el doble de elementos que A, es 10. ¿Cuál es la media de todos los números de ambos conjuntos?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**2** Los puntos  $P$ ,  $Q$ ,  $S$  y  $T$  están situados como muestra la figura. Las medidas de los segmentos  $PQ$ ,  $QS$  y  $ST$  son, respectivamente,  $\frac{7}{2}$ ,  $\frac{5}{2}$  y  $\frac{3}{2}$ .



Si  $X$  es el punto medio del segmento  $QS$  e  $Y$  es el punto medio del segmento  $PT$ , la longitud del segmento  $XY$  es:

- A)  $\frac{1}{2}$       B) 1      C) 2      D)  $\frac{5}{2}$       E)  $\frac{13}{4}$

**3** ¿Cuántas cifras tiene el número  $16^8 \cdot 5^{25}$ ?

- A) 24      B) 25      C) 26      D) 27      E) 28

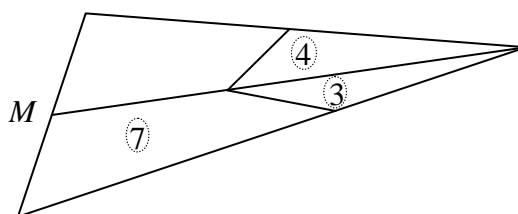
**4** A don Retorcido le ha dado por calcular potencias altísimas y para fastidiaros no os dice el exponente. Luego las suma y para fastidiaros aún más, solo escribe la última cifra de estas sumas. Así ha calculado cinco sumas,  $2^a + 2^b$ ,  $2^c + 3^d$ ,  $2^e + 5^f$ ,  $5^g + 5^h$ ,  $9^i + 9^j$  y solo nos muestra la cifra de las unidades de los resultados, que son: 0, 2, 5, 6 y 7 ¿Cuál pertenece a la de la suma  $2^a + 2^b$ ?

- A) 2      B) 0      C) 5      D) 7      E) 6

**5** ¿Cuántas parejas de números de dos cifras verifican que su producto es un número de tres cifras todas iguales?

- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8      E) 9

**6** En la figura que observas,  $M$  es el punto medio de un lado de un triángulo que está dividido en cuatro partes. El área de tres de ellas viene indicada en la figura. ¿Cuál es el área de la otra parte?



- A) 5      B) 6      C) 7      D) 8  
E) Faltan datos para determinarla

**7** El número  $33^{33}$  lo podemos escribir como la suma de 33 impares consecutivos. ¿Cuál es el mayor de todos ellos?

- A)  $33^{32} + 32$       B)  $33^{31} + 32$       C)  $33^{33} - 32$       D)  $33^{31} + 30$       E)  $33^{32}$

**8** ¿Cuál es el mayor de los siguientes números?

- A)  $2^{500}$       B)  $3^{400}$       C)  $4^{300}$       D)  $5^{200}$       E)  $6^{100}$

**9** Dos peregrinos del Camino de Santiago caminan por un terreno llano a 4 km/h cada uno. Al iniciar una prolongada subida el primero le saca 12 km de ventaja al otro. Si ambos caminan a 3 km/h en la subida, ¿qué distancia separará a los peregrinos cuando ambos estén subiendo?

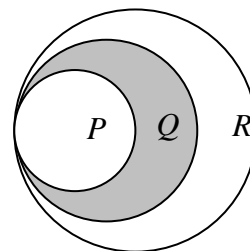
- A) 16 km      B) 12 km      C) 10 km      D) 9 km      E) 8 km

- 10** Cinco estudiantes se pesan por parejas resultando que los pesos obtenidos en las diez parejas posibles son: 110, 112, 113, 114, 115, 116, 117, 118, 120 y 121 kilogramos. ¿Cuánto pesa el de mayor peso?

A) 58      B) 59      C) 60      D) 61      E) 62

- 11** El radio del círculo  $P$  es dos tercios del radio del círculo  $Q$  y este es tres cuartos del radio del círculo  $R$ . ¿Qué fracción del área del círculo  $R$  está sombreada?

A)  $\frac{1}{3}$       B)  $\frac{5}{9}$       C)  $\frac{3}{16}$       D)  $\frac{1}{4}$       E)  $\frac{5}{16}$

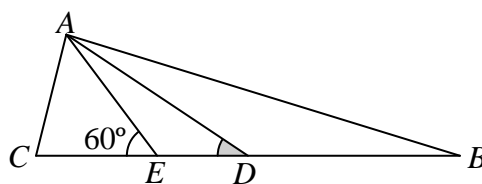


- 12** Si  $(1 + 3 + 5 + \dots + p) + (1 + 3 + 5 + \dots + q) = (1 + 3 + 5 + \dots + 25)$ ,  $p + q$  es igual a:

A) 30      B) 32      C) 34      D) 36      E) 38

- 13** En el triángulo  $ABC$  de la figura (que no está a escala),  $D$  es el punto medio de  $BC$ ,  $AD = CD$  y  $AE$  es la bisectriz del ángulo de vértice  $A$  del triángulo. Si el ángulo  $C\hat{E}A$  es de  $60^\circ$ , ¿cuánto mide el ángulo  $C\hat{D}A$ ?

A)  $22,5^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $37,5^\circ$       D)  $45^\circ$       E)  $50^\circ$



- 14** Las longitudes de dos lados de un cuadrilátero son 1 y 4 cm. Si una de sus diagonales, de longitud 2 cm, divide al cuadrilátero en dos triángulos isósceles, ¿cuál es, en cm, el perímetro del cuadrilátero?

A) 9      B) 10      C) 11      D) 12      E)  $6\sqrt{2}$

- 15** Tiramos dos veces un dado cuyas caras están numeradas con  $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ . ¿Cuál es la probabilidad de que el producto de los números obtenidos sea negativo?

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{11}{36}$       D)  $\frac{13}{36}$       E)  $\frac{1}{3}$

- 16** ¿Cuántos números de cuatro cifras de la forma 

|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| 6 |  | 4 |  |
|---|--|---|--|

 son divisibles por 36?

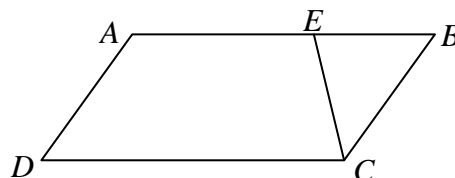
A) Ninguno      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

- 17** Al añadir un nuevo número  $x$  al conjunto  $\{8, 10, 24, 28, 23, 9\}$  resulta que la media y la mediana del nuevo conjunto es precisamente  $x$ . ¿Cuál es la suma de las cifras de  $x$ ?

A) 3      B) 5      C) 6      D) 8      E) 10

- 18** En el paralelogramo  $ABCD$  de la figura, el cociente entre  $AE$  y  $EB$  es  $\frac{3}{2}$ . ¿Cuál es el cociente entre el área del trapecio  $AECD$  y el área del paralelogramo?

A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{4}{5}$       C)  $\frac{5}{6}$       D)  $\frac{6}{7}$       E)  $\frac{7}{8}$

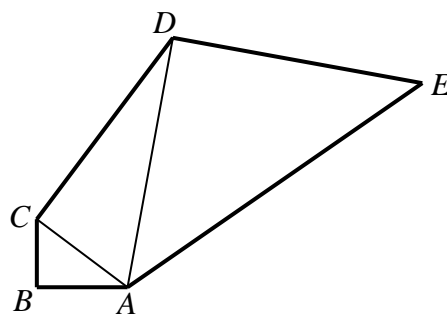


- 19** Si  $a, b$  y  $c$  son enteros positivos tales que  $abc + ab + ac + bc + a + b + c = 104$ , entonces  $a^2 + b^2 + c^2$  es igual a:

A) 49      B) 51      C) 54      D) 56      E) 60

- 20 El pentágono  $ABCDE$  está descompuesto en tres triángulos rectángulos como se muestra en la figura. Si  $AB = 4$  cm,  $BC = 3$  cm,  $CD = 12$  cm y el perímetro del pentágono es 188 cm, ¿cuál es, en  $\text{cm}^2$ , su área?

A) 580      B) 582      C) 584  
D) 586      E) 588

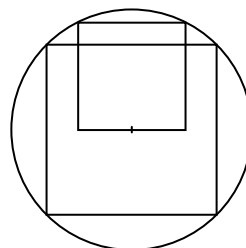


- 21 Los 630 estudiantes de ESO de un centro se colocan en filas para hacerse una foto de manera que cada fila tiene tres estudiantes más que la fila anterior. De los siguientes números, ¿cuál no puede ser el número de filas?

A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) 7

- 22 En el interior de una circunferencia se dibujan dos cuadrados: el inscrito y otro con dos vértices en la circunferencia y uno de sus lados pasando por el centro, como muestra la figura. ¿Cuál es el cociente entre las áreas del cuadrado grande y del pequeño?

A) 3      B)  $\frac{5}{2}$       C)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$       D) 2      E)  $\frac{3}{\sqrt{6}}$



- 23 En el conjunto de los 26 primeros enteros positivos borramos dos de ellos, de manera que su producto es igual a la suma de los 24 restantes. ¿Cuál es el menor múltiplo común de los dos números que hemos borrado?

A) 60      B) 42      C) 105      D) 80      E) 120

- 24 En una sucesión el primer término es  $a_1 = 1$ , el segundo  $a_2 = -1$  y a partir del tercero cada término es el producto de los dos anteriores. ¿Cuál es la suma de los 2014 primeros términos de la sucesión?

A)  $-1007$       B)  $-1005$       C)  $-670$       D) 0      E) 1008

- 25 Nadal y Ferrer juegan un partido al mejor de cinco sets, es decir, el vencedor es el ganador de tres sets. Si la probabilidad de que Nadal gane cualquier set es dos tercios, ¿cuál es la probabilidad de que gane el partido?

A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{190}{243}$       C)  $\frac{8}{9}$       D)  $\frac{19}{27}$       E)  $\frac{64}{81}$