



XX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 23 de abril de 2016

NIVEL III (3º y 4º ESO)

iii Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

PUNTUACIÓN

En los problemas 1 a 13:

Cada respuesta correcta te aportará	5 puntos
Cada pregunta en blanco o errónea	0 puntos

En los problemas 14 a 25:

Cada respuesta correcta te aportará	5 puntos
Cada pregunta que dejes en blanco	1 punto
Cada respuesta errónea	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

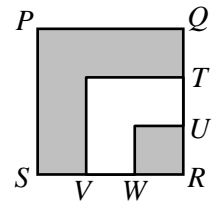
ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick

- 1 En el cuadrado $PQRS$ de lado 3, los puntos T, U, V y W dividen a cada lado en partes iguales. Si todos los ángulos que aparecen en la figura son rectos, ¿cuál es el cociente entre el área de la superficie sombreada y el área de la superficie en blanco?



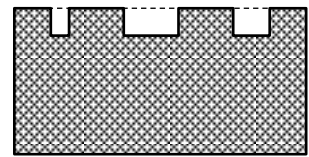
- A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{7}{4}$ D) $\frac{5}{4}$ E) 3

- 2 En el cuadrado mágico de la figura, la suma de cada fila, cada columna y cada diagonal es la misma. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

a	13	b
19	c	11
12	d	16

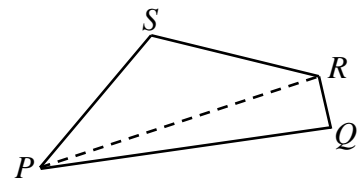
- A) 46 B) 47 C) 49 D) 50 E) 54

- 3 De una pieza rectangular de metal, de dimensiones 80×40 , cortamos tres pequeños rectángulos, todos de la misma altura y bases 5, 15 y 10 como se observa en la figura. Si el área de la pieza resultante es 2990, ¿cuál es la altura de estos rectángulos?



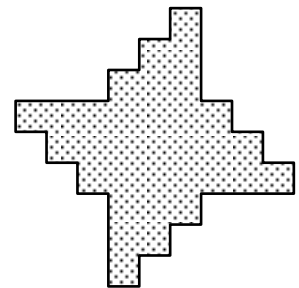
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 4 La diagonal PR del cuadrilátero $PQRS$ divide a éste en dos triángulos isósceles en los que $PS = RS$ y $PQ = PR$. Si el perímetro de cada uno de los triángulos es 22 y el del cuadrilátero 24, ¿cuánto mide el lado PS ?



- A) 6 B) 6,5 C) 7 D) 7,5 E) 8

- 5 Todos los ángulos de la figura son rectos, los cuatro lados mayores son de la misma longitud y todos los demás, más pequeños, también son iguales. Si el área de la figura es 528, ¿cuál es su perímetro?



- A) 72 B) 92 C) 132 D) 144 E) 264

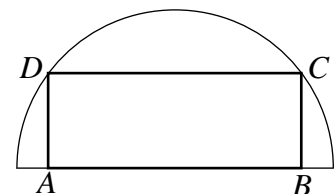
- 6 Si $\left(\frac{a}{c} + \frac{a}{b} + 1\right) : \left(\frac{b}{a} + \frac{b}{c} + 1\right) = 11$ con a, b y c enteros positivos, ¿cuántas ternas (a, b, c) verifican que $a + 2b + c \leq 40$?

- A) 33 B) 37 C) 40 D) 42 E) 45

- 7 ¿Para cuántos enteros n se verifica que $72 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^n$ es un entero?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 8 El rectángulo $ABCD$ está inscrito en un semicírculo. Si la longitud del diámetro es 20 y la del lado AB es 16, ¿cuál es la longitud del lado AD ?



- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

- 9 Los puntos $A(-1, q)$ y $B(-3, r)$ pertenecen a una recta paralela a la de ecuación $3x - 2y + 1 = 0$. ¿Cuál es el valor de $r - q$?

- A) 3 B) $\frac{4}{3}$ C) $-\frac{3}{4}$ D) $-\frac{4}{3}$ E) -3

10 Si un triángulo equilátero tiene el mismo perímetro que un hexágono regular, ¿cuál es el cociente entre el área del triángulo y el área del hexágono?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{4}{9}$

11 La media de tres números es 7 unidades mayor que el pequeño y 9 unidades menor que el mayor. Si la mediana de los tres es 6, ¿cuál es su suma?

- A) 24 B) 30 C) 32 D) 36 E) 48

12 Todas las reservas de petróleo de Alaska durarían 35 años si sólo las consumiera EEUU. Si también las consumiera China durarían solamente 10 años. ¿Cuántos años durarían si sólo las consumiera China?

- A) 13 B) 14 C) 18 D) 22 E) 25

13 Si $|u - 10| = v$ y $u < 10$, ¿cuál es el valor de $u - v$?

- A) $10 - 2v$ B) $10 + 2v$ C) $10 - 2u$ D) 10 E) $|u - 10| - u$

A partir de aquí las respuestas en blanco valen un punto.

14 ¿Cuál de las siguientes gráficas no corta al eje de ordenadas, OY ?

- A) $x^2 + y^2 = 2xy$ B) $|y| + 4 = |x|$ C) $\sqrt{x} = 6 - \sqrt{y}$
D) $8^x + 8^y - 65 = 0$ E) $\frac{x}{10} - \frac{10}{y} = \frac{x+10}{6}$

15 Si A y B son enteros positivos con $A < B$, ¿qué fracción es la mayor?

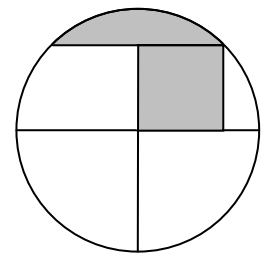
- A) $\frac{A-1}{B-1}$ B) $\frac{A^2-1}{B^2-1}$ C) $\frac{A^3-1}{B^3-1}$ D) $\frac{A+1}{B+1}$ E) Depende de A y B

16 Si los cuatro enteros C , D , $C + D$ y $C - D$ son números primos, su suma tiene que ser:

- A) múltiplo de 2 B) múltiplo de 3 C) múltiplo de 5 D) múltiplo de 7
E) un número primo

17 La zona sombreada está formada por un cuadrado y un segmento circular. Si el radio de la circunferencia mide 4, el área A de la zona sombreada verifica:

- A) $12,5 < A < 12,6$ B) $A = \pi\sqrt{12}$ C) $A = \pi^2$
D) $A > 12,6$ E) $A = 3(\pi + \sqrt{2})$



18 Juanje escoge al azar tres números del conjunto $\{1, 2, 3, 4\}$ y María Jesús uno del conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. ¿Cuál es la probabilidad de que el número que escoge María Jesús sea mayor que la suma de los tres que escogió Juanje?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{2}{3}$

19 En una circunferencia de radio $r = \frac{5}{\sqrt{2}}$ inscribimos un triángulo rectángulo. Si las longitudes de los catetos vienen dadas por enteros diferentes, ¿cuál es el producto de estas longitudes?

- A) 33 B) 32 C) 30 D) 27 E) 7

20 ¿Cuántos puntos de la recta determinada por $P(3, 5)$ y $Q(19, 45)$ están entre P y Q y tienen coordenadas enteras?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

21 ¿Cuántos enteros entre 3 y 89 no pueden escribirse como suma de exactamente dos elementos del conjunto $\{1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55\}$?

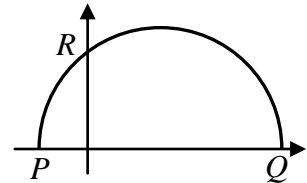
- A) 34 B) 43 C) 51 D) 55 E) 57

22 La media de una lista de tres impares consecutivos es 7. Si añadimos otro entero positivo m a la lista, distinto de los tres, la media de la nueva lista también es un entero. ¿Cuál es la suma de los tres menores valores de m que podemos añadir?

- A) 6 B) 9 C) 21 D) 29 E) 33

23 En la figura adjunta los puntos $P(-4, 0)$ y $Q(16, 0)$ son los extremos del diámetro de una semicircunferencia. Si el punto $R(0, t)$ también pertenece a la semicircunferencia, t es:

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10



24 ¿Cuál es la probabilidad de que un número de 10 cifras contenga los 10 dígitos?

- A) $\frac{9 \cdot 9!}{10^{10}}$ B) $\frac{10! - 9!}{10^9 - 1}$ C) $\frac{9!}{9 \cdot 10^9}$ D) $\frac{10! - 9!}{10^{10} - 1}$ E) $\frac{9!}{10^9}$

25 Nuestro asiduo profesor, además de Retorcido es un poco presumido; al preguntarle su edad salió con este acertijo:

“El número de años que cumplí ayer es un primo de dos cifras, pero si le sumo los que tiene mi hijo obtengo otro número primo, pero si se los resto obtengo un múltiplo de 3 y de 11. Si sumo las cifras de mi edad con las cifras de la edad de mi hijo obtengo 8”

¿Cuánto suman las cifras de la edad de don Retorcido?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8