
CUARTO CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

CUARTO NIVEL (1º- 2º BACHILLERATO LOGSE)

2ª FASE: Sábado 8 de Abril de 2000

LEE DETENIDAMENTE LAS SIGUIENTES INSTRUCCIONES:

- No pases la página hasta que se te indique.
- Duración de la prueba: **1 HORA, 30 MINUTOS**
- Dada la naturaleza de la prueba, no debes utilizar calculadoras, reglas graduadas ni ningún otro instrumento de medida.
- Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a éstas, inténtalo con las restantes.
- No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

Cada respuesta correcta te aportará **5 puntos**
Cada pregunta que dejes en blanco, **2 puntos**
Cada respuesta errónea, **0 puntos**

JUNTO A ESTA HOJA DE ENUNCIADOS SE TE HA ENTREGADO UNA HOJA DE RESPUESTAS:

- Escribe tus datos en la **HOJA DE RESPUESTAS** en los recuadros correspondientes
- **MARCA CON UNA CRUZ (Ī), EN LA HOJA DE RESPUESTAS, LA OPCIÓN QUE CONSIDERES CORRECTA (A, B, C, D Ó E), EN CADA UNA DE LAS VEINTICINCO PREGUNTAS.**
- **SI TE EQUIVOCAS ESCRIBE “NO” DEBAJO Y, A CONTINUACIÓN, MARCA LA RESPUESTA QUE CONSIDERES CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U. C. M.

COLABORAN:

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid y Colegio de Doctores y Licenciados

COOPERAN EN LOS PREMIOS:

Texas Instruments, Ediciones S. M. y Grupo ANAYA

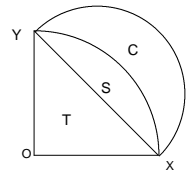
- ¿Cuál es el entero positivo más próximo a $\sqrt{1999} + \sqrt{1999}$?
A) 44; B) 45; C) 46; D) 47; E) 48.
- En mi Instituto, la razón entre el número de chicos y chicas es 2 a 3 y la razón entre el número de chicas y profesores es 8 a 1. ¿Cuál es la razón entre el número de estudiantes y el de profesores?
A) 16 a 3; B) 5 a 1; C) 12 a 1; D) 13 a 1; E) 40 a 3.
- En una bolsa con 100 bolas, el 95% son rojas. Quitamos algunas bolas rojas y entre las que quedan, el 75% son rojas. ¿Cuántas bolas rojas hemos quitado de la bolsa?
A) 20; B) 25; C) 50; D) 75; E) 80.
- Entre los siguientes números, hay uno que es distinto a todos los demás. ¿Cuál?
A) $\frac{1999}{2000}$; B) $\frac{999}{2000}$; C) $\frac{1999998}{2000999}$; D) $\frac{2000999}{2002000}$; E) $\frac{999999}{2002000}$.
- Luisa y María José salen juntas a pasear. Luisa pasea a 6 km por hora y María José a 4 km por hora. Salen a la vez y en la misma dirección. Cuando Luisa ha recorrido 1 km, se vuelve, hasta encontrarse con María José y entonces regresan las dos, cada una a su ritmo. ¿Cuántos minutos llegará María José más tarde que Luisa al punto de partida?
A) 10 minutos; B) 5 minutos; C) 4 minutos; D) 3 minutos 45 segundos; E) 3 minutos.
- Si $\frac{1+2+3+\dots+n}{3n} = 36$, entonces n es igual a:
A) 215; B) 195; C) 185; D) 205; E) 225.
- Si m y n son números enteros positivos tales que $1 \leq m < n$, ¿cuántas soluciones positivas tiene la ecuación $x^n - 1 - x^m = 0$?
A) Ninguna; B) n ; C) Una; D) $n - m$; E) Cualquier número de soluciones positivas.
- Si $pq = 21$, $qr = 132$, $rp = 77$ y $p > 0$, entonces p es igual a:
A) $\frac{49}{4}$; B) $\frac{4}{49}$; C) $\frac{11}{4}$; D) $\frac{2}{7}$; E) $\frac{7}{2}$.
- De entre todos los números enteros positivos x e y tales que $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}$, ¿cuál es el mayor valor de y ?
A) 60; B) 84; C) 96; D) 156; E) 288.

10. Si $2000^2 - 1996^2 = 111ak^2$, con a y k enteros, el máximo valor para $k - a$ es:
 A) 4; B) -5; C) 11; D) 13; E) -13.
11. Una cierta función $f(x)$ toma todos los valores entre 0 y 1 pero ningún otro. ¿Qué función de las siguientes toma todos los valores entre -1 y 1?
 A) $f(x) - 1$; B) $f(x) + 1$; C) $2f(x)$; D) $2f(x) - 1$; E) $2f(x) + 1$.
12. Si $a < b < c < d < e$, entonces, siempre es verdadero que:
 A) $a + e < b + d$; B) $a + e < b + c + d$; C) $b + d < a + e$; D) $a + b + c < c + d + e$,
 E) $a + c + e < b + d$.
13. Si las longitudes de los tres lados de un triángulo son a , $a + 1$ y $a + 2$, los posibles valores de a son todos los que verifican:
 A) $a > 0$; B) $0 < a < 1$; C) $a > 1$; D) $0 < a < 2$; E) $a = 1$.

14. $\frac{2\sqrt{3}}{(2-\sqrt{3})^2} - \frac{2\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})^2}$ es igual a:

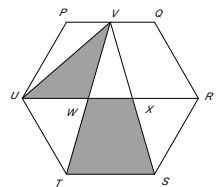
- A) 48; B) $28\sqrt{3}$; C) $32 + 8\sqrt{3}$; D) $26\sqrt{3}$; E) 42.

15. Con centro en O dibujamos el cuadrante OXY , siendo XY a su vez diámetro del semicírculo que se muestra en la figura. Si llamamos T , S y C a las áreas de las regiones que se indican en la figura, ¿cuál es el cociente $\frac{T}{C}$?



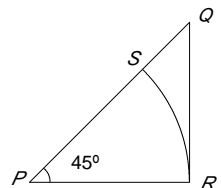
- A) $\frac{3}{f}$; B) 1; C) $\frac{13}{4f}$; D) $\frac{7}{2f}$; E) $\frac{15}{4f}$.

16. En el hexágono regular $PQRSTU$ de la figura, V es el punto medio de PQ , y W y X son los puntos que se señalan. ¿Cuánto vale $\frac{\text{Área } WXST}{\text{Área } UVW}$?



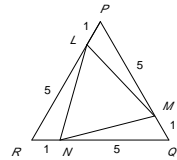
- A) 2; B) 3; C) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; D) $\sqrt{3}$; E) $\sqrt{2}$.

17. En el triángulo rectángulo PQR de la figura, el ángulo P es de 45° y el arco de centro P y radio PR corta a PQ en S . ¿Cuál es el cociente entre el área de PRS y el área de RSQ ?



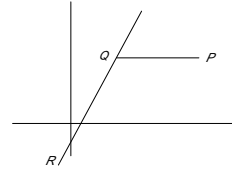
- A) 1; B) $\frac{f}{8}$; C) $\frac{4-f}{2f}$; D) $\frac{2f}{4-f}$; E) $\frac{f}{4-f}$.

18. ¿Cuál es el cociente entre el área del triángulo equilátero grande PQR y el área del triángulo equilátero pequeño LMN?



- A) $\frac{36}{25}$; B) $\frac{12}{5}$; C) $\frac{6}{5}$; D) $\frac{12}{7}$; E) $\frac{25}{21}$.

19. La ecuación de la recta RQ de la figura es $y = 2x - 1$. Si el segmento \overline{QP} es paralelo al eje de abscisas y las coordenadas de P son $(8,4)$, ¿cuál es la distancia de P a Q ?



- A) $3\sqrt{5}$; B) 4; C) $4\sqrt{5}$; D) 5; E) $5\sqrt{5}$.
20. ¿Para cuántos valores de x comprendidos entre $0,01$ y 1 la gráfica de $f(x) = \operatorname{sen} \frac{1}{x}$ corta al eje de abscisas?

- A) 31; B) 28; C) 56; D) 14; E) 112.

21. Si $\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x = 2$, entonces $\frac{1}{\cos x} + \operatorname{tg} x$ es igual a:

- A) $0,1$; B) $0,2$; C) $0,3$; D) $0,4$; E) $0,5$.

22. Cuando dividimos el polinomio $P(x)$ entre $x - 19$, obtenemos de resto 99 y cuando lo dividimos entre $x - 99$ obtenemos de resto 19. ¿Cuál es el resto de la división de $P(x)$ entre $(x - 19) \cdot (x - 99)$?

- A) $-x + 80$; B) $x + 80$; C) $-x + 118$; D) $x + 118$; E) 0.

23. La sucesión a_1, a_2, a_3, \dots verifica que $a_1 = 19$, $a_{2000} = 99$ y para $n \geq 3$, a_n es la media aritmética de los $n - 1$ primeros términos. ¿Cuál es el valor de a_2 ?

- A) 29; B) 59; C) 79; D) 99; E) 179.

24. ¿Cuál es el valor de la suma $\frac{1}{\log_2 100!} + \frac{1}{\log_3 100!} + \frac{1}{\log_4 100!} + \dots + \frac{1}{\log_{100} 100!}$?

- A) $0,01$; B) $0,1$; C) 1; D) 2; E) 10.

25. Una parábola de vértice $(4, -5)$ corta al eje de abscisas en dos puntos, uno de abscisa positiva y otro negativa. Si la ecuación de la parábola es $y = ax^2 + bx + c$, ¿cuáles de los números a , b y c tienen que ser positivos?

- A) Solo a ; B) Solo b ; C) Solo c ; D) Solo a y b ; E) Ninguno de los tres.

Soluciones: 1.B 2.A 3.E 4.C 5.C 6.A 7.C 8.E 9.D 10.C 11.D 12.D 13.C
14.A 15.B 16.A 17.E 18.D 19.E 20.A 21.E 22.C 23.E 24.C 25.A