VII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 26 de febrero de 2003

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

¡¡¡ Lee detenidamente las instrucciones !!!

*Escribe ahora los siguientes datos:

Apellidos	**Nombre**	
Colegio o Instituto	**Curso**	**Año de nacimiento**

* No pases la página hasta que se te indique.
* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

Cada respuesta correcta te aportará	***5 puntos***
Cada pregunta que dejes en blanco	***2 puntos***
Cada respuesta errónea	***0 puntos***

* **RODEA LA LETRA CORRESPONDIENTE A LA RESPUESTA QUE CONSIDERES CORRECTA**.
* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y RODEA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

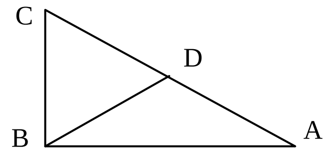
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Ediciones S.M. y Grupo ANAYA

1.- Una recta que pasa por los puntos (m, -9) y (7, m) tiene pendiente m. ¿Cuánto vale m?

A) 1; B) 2; C) 3; D) 4; E) 5.

2.- En un triángulo rectángulo ABC se toma un punto D sobre la hipotenusa AC y resulta que el triángulo BCD tiene todos sus lados iguales a 1. ¿Cuánto mide AB?



A) 1; B) $\frac{3}{2}$; C) $\sqrt{2}$; D) $\sqrt{3}$; E) 2.

3.- En una prueba del VI Concurso de Primavera realizada en cierto centro, la puntuación media de las chicas que se presentaron fue de 83 puntos y la puntuación media de los chicos que se presentaron fue de 71 puntos. Si la media total de todos los participantes de ese centro fue de 80 puntos, ¿qué porcentaje de los participantes eran chicas?

A) 60%; B) 65%; C) 70%; D) 75%; E) 80%.

4.- Si $3^a = 4$, $4^b = 5$, $5^c = 6$, $6^d = 7$, $7^e = 8$ y $8^f = 9$, ¿cuánto vale el producto *abcdef*?

A) 1; B) 2; C) $\sqrt{6}$; D) 3; E) $\frac{10}{3}$

5.- El perímetro de un triángulo rectángulo es 40 cm y la suma de los cuadrados de sus lados 578 cm^2.¿Cuál es la longitud del lado más corto?

A) 6; B) 7; C) 8; D) 9; E) 10.

6.- Si $f: \Re \to \Re$ es una función para la que el número 2 está tanto en el dominio como en el recorrido y verifica que $f(f(x))\cdot(1+f(x)) = -f(x)$ $\forall x \in D$ (dominio), ¿cuánto vale $f(2)$?

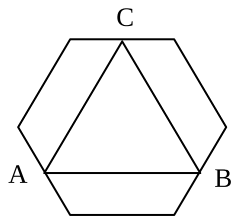
A) -1; B) $\frac{-3}{4}$; C) $\frac{-2}{3}$; D) $\frac{-1}{4}$; E) 0.

7.- Si *log* representa el logaritmo decimal (base 10), la suma

$$\log\frac{1}{2}+\log\frac{2}{3}+\log\frac{3}{4}+.......+\log\frac{98}{99}+\log\frac{99}{100}$$ es igual a:

A) -1; B) 0; C) 1; D) -2; E) 100.

8.- Si el perímetro del hexágono regular es de 12 cm, el área del triángulo equilátero ABC es en cm^2:



A) $3\sqrt{3}$; B) $6\sqrt{3}$; C) 6; D) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; E) $\frac{9\sqrt{3}}{4}$

9.- De las siguientes afirmaciones, ¿cuáles son verdaderas?

- Existe un número primo que es par.
- El número $2^{65}+1$ es primo.
- Existen enteros distintos *m* y *n* tales que $m^2 = n^3$.
- Algunas ecuaciones de 2º grado, con coeficientes enteros, no tienen soluciones reales.
- La ecuación cúbica $x^3 + x^2 + 1 = 0$ tiene una única solución real.

A) 1; B) 2; C) 3; D) 4; E) 5.

10.- Si el número complejo z tiene de módulo 1 y argumento $\dfrac{\pi}{2003}$, la expresión

$z^{2003}+\dfrac{1}{z^{2003}}$ es igual a:

A) -2; B) -1; C) 0; D) 1; E) 2.

11.- El conjunto de los números "a" para los que la desigualdad $ax^2 - 2x + a < 0$ se verifica sea cual fuere el número real x, es:

A) $a < -2$; B) $a < -2$ ó $a > 2$; C) $a < -1$; D) $a < 0$; E) $a < -1$ ó $a > 1$

12.- $\dfrac{5}{6^{-2}\times 8^{\frac{1}{3}}}$ es igual a:

A) 60; B) 70; C) 80; D) 90; E) 100.

13.- El perímetro de un cuadrado, expresado en cm, es el número "p" y su área, expresada en cm^2, es el número "A". Si $A = 2p$, ¿cuál es el valor de p?

A) 24; B) 32; C) 36; D) 48; E) 54.

14.- Si $x = 11º$, el valor de $(sen\ x + cos\ x)^2 - sen\ 2x$ es:

A) $\dfrac{1}{2}$; B) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; C) $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ D) 1; E) 0.

15.- La tangente del argumento de cualquiera de las raíces cuadradas del complejo $3+ 4i$ es:

A) -1; B) 2; C) 1; D) $\dfrac{1}{2}$; E) $\dfrac{1}{4}$

16.- Si la parábola $y = x^2 + 8x + k$ tiene su vértice en el eje de abscisas, el valor de k es:

A) 0; B) 4; C) 8; D) 16; E) 24.

17.- Sabiendo que $9^{-x} = 7$, ¿cuál es el valor de 27^{2x+1} ?

A) $\dfrac{27}{7\sqrt{7}}$; B) $189\sqrt{7}$; C) $\dfrac{343}{27}$; D) $\dfrac{7\sqrt{7}}{27}$; E) $\dfrac{27}{343}$

18.- Si x e y son números reales tales que $(x^2 - y^2)(x^2 - 2xy + y^2) = 3$ con $x - y = 1$, el valor de xy es:

A) 2; B) $1+\sqrt{2}$; C) $1-\sqrt{2}$; D) 1; E) 0.

19.- Cada una de las afirmaciones siguientes puede ser verdadera o falsa.

1.Las afirmaciones 3 y 4 son ambas verdaderas.
2.Las afirmaciones 4 y 5 no son ambas falsas.
3.La afirmación 1 es verdadera.
4.La afirmación 3 es falsa.
5.Las afirmaciones 1 y 3 son ambas falsas.

¿Cuántas afirmaciones de estas cinco son verdaderas?

A) 0; B) 1; C) 2; D) 3; E) 4.

20.- Hay un teorema, teorema de Wilson, que asegura que si *n* es un número primo, entonces *n* es un divisor de $(n - 1)! + 1$. Con la ayuda de este teorema puedes asegurar que el número $12! \times 6! + 12! + 6! + 1$ tiene un divisor *d* que verifica:

A) $9000 < d < 9100$; B) $9100 < d < 9200$; C) $9200 < d < 9300$;
D) $9300 < d < 9400$; E) $9400 < d < 9500$.

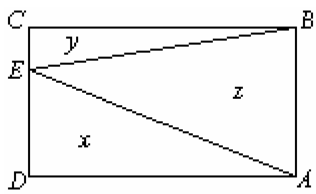
21.- Lanzamos tres dados al aire. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los números aparecidos en dos de ellos, coincida con el del otro dado?

A) $\frac{5}{36}$; B) $\frac{1}{6}$; C) $\frac{7}{36}$; D) $\frac{2}{9}$; E) $\frac{5}{24}$.

22.- Antonio conducía su coche a velocidad constante. A las 14 horas estaba a XYZ km de su casa, donde X, Y, Z son dígitos tales que $X \geq 1$ e $Y = 0$. A las 14 horas 18 minutos estaba a ZX km de casa y a las 15 horas a XZ km de casa. ¿A qué hora llegó a casa?

A) 15 h 10 min; B) 15 h 12 min; C) 15 h 24 min;
D) 15 h 30 min; E) 15 h 48 min.

23.- *ABCD* es un rectángulo. El punto E es uno cualquiera del lado *DC*. Llamemos "*x*" al área del triángulo *AED*, "*y*" al área del triángulo *BCE* y "*z*" al área del triángulo *ABE*. Si $y^2 = xz$, el valor del cociente $\frac{DE}{EC}$ es:



A) $\frac{3}{5}$; B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; C) $\frac{2}{3}$; D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

24.- Si *f* es una función que verifica $f(xy) = \frac{f(x)}{y}$ para cualesquiera números positivos *x* e *y* y $f(500) = 3$, ¿cuál es el valor de $f(600)$?

A) 1; B) 2; C) $\frac{5}{2}$; D) 3; E) $\frac{18}{5}$.

25.- Si ordenamos en orden creciente los números *sen(1), sen(2)* y *sen(3)* cuando los ángulos vienen medidos en radianes, obtenemos:

A) *sen(1) < sen(2) < sen(3)*; B) *sen(3) < sen(2) < sen(1)*;
C) *sen(1) < sen(3) < sen(2)*; D) sen(2) < *sen(1) < sen(3)*;
E) *sen(3) < sen(1) < sen(2).*