

VIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE :

Día 3 de marzo de 2004

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

*Escribe ahora los siguientes datos:

Apellidos		Nombre	
Colegio		Curso	Año de nacimiento

* No pases la página hasta que se te indique.

* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.

* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado.

Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

* **RODEA LA LETRA CORRESPONDIENTE A LA RESPUESTA QUE CONSIDERES CORRECTA.**

* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y RODEA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Ediciones S.M. y Grupo ANAYA

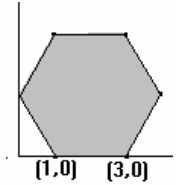
- 1.- Si $ax^2 + bx + c = 0$ tiene dos raíces distintas, entonces $ax^6 + bx^3 + c = 0$ tiene:
A) dos raíces iguales **B)** dos raíces opuestas **C)** dos raíces distintas
D) cuatro raíces distintas **E)** tres pares de raíces opuestas.
- 2.- Un cono y un cilindro comparten la base circular y la generatriz del primero es igual a la altura del segundo. La proporción entre sus áreas laterales es:
A) 1 : 1 **B)** 1 : 2 **C)** 1 : 3 **D)** 2 : 3 **E)** 3 : 4.
- 3.- $\frac{0,\widehat{02}}{0,0\widehat{2}} =$
A) 0,01 **B)** $0,\widehat{01}$ **C)** 1,1 **D)** $0,\widehat{10}$ **E)** $0,\widehat{90}$.
- 4.- Si m y n son números enteros distintos, de la expresión $n^3 \cdot m - n \cdot m^3$ sólo podemos asegurar que es múltiplo de:
A) dos **B)** tres **C)** cuatro **D)** seis **E)** doce.
- 5.- $\sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{10})(\sqrt{5} + \sqrt{17} - \sqrt{10})(\sqrt{5} - \sqrt{17} + \sqrt{10})(-\sqrt{5} + \sqrt{17} + \sqrt{10})} = :$
A) 5 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 14 **E)** 17.
- 6.- ¿Cuántos números abc , con $c \neq 0$, hay de tres cifras tales que $abc - cba = de7$?
A) 60 **B)** 50 **C)** 45 **D)** 42 **E)** 30.
- 7.- En un triángulo rectángulo de lados enteros consideramos como segmentos: la altura sobre la hipotenusa, la mediana sobre la hipotenusa, el radio de la circunferencia circunscrita y el radio de la circunferencia inscrita. ¿Cuántas de esas medidas son racionales?
A) todas **B)** ninguna **C)** tres **D)** dos **E)** una.
- 8.- Dado un triángulo ABC de perímetro $2p$ y radio inscrito r y circunscrito R , ¿cuál de estas fórmulas no es una fórmula del área?
A) $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$ **B)** $\frac{a \cdot b \cdot \cos \hat{C}}{2}$ **C)** $\frac{a \cdot b \cdot c}{4R}$
D) $p \cdot r$ **E)** $\sqrt{p \cdot (p-a) \cdot (p-b) \cdot (p-c)}$.
- 9.- Las parábolas $y = ax^2 - 4x + 5$, y $y = bx^2 - 8x + 7$ tienen el mismo vértice. La ordenada de éste es:
A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4.
- 10.- ¿Cuál es la menor superficie total en dm^2 que puede tener una caja de cartón (ortocentro) de lados enteros en dm y volumen 40 dm^3 ?
A) 162 **B)** 106 **C)** 76 **D)** 53 **E)** 44.

11.- ¿Cuál es el valor mínimo de la función $f(x) = |2x+2| - |x-1| + |3x-6|$?

- A) 0 B) 3 C) 4 D) 5 E) 7.

12.- El valor máximo de $x+y$ en la región definida por el hexágono regular completo es:

- A) $3+2\sqrt{3}$ B) $2+3\sqrt{3}$ C) $4+\sqrt{3}$
 D) $2+2\sqrt{3}$ E) $3+3\sqrt{3}$.



13.- La mayor inclinación de la función $f(x) = x + \operatorname{sen}x$ en uno de sus puntos es:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) $\frac{\pi}{2}$.

14.- El valor absoluto de la parte real de las raíces cuadradas del número complejo $21 + 20i$ es:

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5.

15.- En una tienda nos venden compactos y comics a precio fijo cada producto y exacto en euros. Si 5 comics y 2 compactos cuestan menos de 15 euros, y 3 comics y 4 compactos más de 12 euros, ¿cuál de las siguientes afirmaciones tiene que ser cierta?

- A) Cuestan más los compactos
 B) Cuestan más los comics
 C) Un compacto cuesta menos de 3 euros
 D) Un comic y un compacto cuestan 4 euros
 E) Si no cuestan lo mismo, al menos hay dos euros de diferencia.

16.- La función inversa (respecto a la composición) de $y = \frac{5x+3}{x-2}$ es:

- A) $y = \frac{2x+3}{x-5}$ B) $y = \frac{3x+2}{5x-1}$ C) $y = \frac{x-5}{2x+3}$
 D) $y = \frac{2x-5}{x+3}$ E) $y = \frac{5x-3}{x-2}$.

17.- El determinante $\begin{vmatrix} x & 3 & 5 \\ 3 & x & 5 \\ 3 & 5 & x \end{vmatrix}$ es igual a:

- A) $x^3 + 3x^2 + 5x + 10$ B) $x(x-3)(x-5)$ C) 0
 D) $x^2 - 8x + 10$ E) $(x+8)(x-3)(x-5)$.

- 8.- El punto de inflexión de la cúbica $y = x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ tiene ordenada y igual a:
A) 0 **B) 4** **C) -1** **D) 2** **E) 1.**
- 19.- Una asíntota de $f(x) = \sqrt{4x^2 + 8x - 1}$ es:
A) $y = 4x + 2$ **B) $y = 4x - 2$** **C) $y = 2x - 2$**
D) $y = 2x + 2$ **E) $y = 2x - 4$.**
- 20.- El valor máximo de $16xy$ cuando $x + 4y = 5$ es:
A) 8 **B) 12** **C) 16** **D) 20** **E) 25.**
- 21.- Si $\log 2 = 0,301030$ y $\log 3 = 0,477121$ (los logaritmos son decimales), el valor de x para que $3^{x+3} = 135$ es aproximadamente:
A) 5 **B) 1,47** **C) 1,67** **D) 1,78** **E) 1,63.**
- 22.- Sean a , b y c enteros mayores que 10^6 y tales que a y b son consecutivos y $c = a \cdot b$. Si $D = a^2 + b^2 + c^2$, el número \sqrt{D} verifica:
A) Siempre es un entero par **B) Algunas veces es un entero impar, otras no**
C) Siempre es un entero impar **D) Algunas veces es irracional, otras no**
E) Siempre es irracional.
- 23.- Si una recta que pasa por $(-a, 0)$ determina en el segundo cuadrante un triángulo de área T , la ecuación de la recta es:
A) $2Tx + a^2y + 2aT = 0$ **B) $2Tx - a^2y + 2aT = 0$** **C) $2Tx + a^2y - 2aT = 0$**
D) $2Tx - a^2y - 2aT = 0$ **E) Nada de lo anterior.**
- 24.- Los puntos A y B se mueven uniformemente a lo largo de dos rectas perpendiculares que se cortan en el punto O . Cuando A está en O , B está a 500 cm de O . 2 minutos más tarde equidistan de O y 8 minutos después de que equidisten, vuelven a equidistar de O . ¿Cuál es el cociente entre la velocidad de A y la de B ?
A) $\frac{4}{5}$ **B) $\frac{5}{6}$** **C) $\frac{2}{3}$** **D) $\frac{5}{8}$** **E) $\frac{1}{2}$.**

- 25.- Si el número θ verifica $0 < \theta < \pi$ y el complejo z cumple la igualdad $z + \frac{1}{z} = 2 \cos \theta$, entonces, para cada entero positivo n , resulta que $z^n + \frac{1}{z^n}$ es igual a:
- A) $2 \cos \theta$ B) $2^n \cos \theta$ C) $2 \cos^n \theta$ D) $2 \cos n\theta$ E) $2^n \cos^n \theta$.