

VIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE :

Día 24 de abril de 2004

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

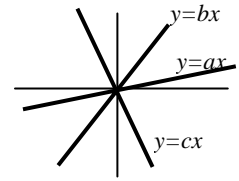
Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

*Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M. y Grupo ANAYA*

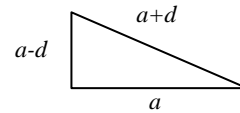
- 1.- Si dos lados de un triángulo miden 5 y 7 cm, el tercer lado no puede ser:
 A) 11 cm B) 10 cm C) 6 cm D) 3 cm E) 1 cm.

- 2.- Para las tres rectas que se muestran en la figura, ¿qué desigualdades de las siguientes son verdaderas?
 A) $c < a < b$ B) $b < c < a$ C) $a < c < b$
 D) $c < b < a$ E) $a < b < c$.



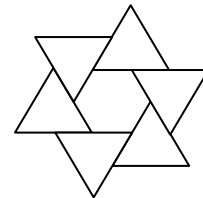
- 3.- $9^{20} + 9^{20} + 9^{20}$ es igual a:
 A) 27^{20} B) 3^{66} C) 9^{60} D) 3^{41} E) 3^{120} .

- 4.- En el triángulo rectángulo de la figura el valor de d en función de a es:



- A) $\frac{3}{4}a$ B) $\frac{a}{2}$ C) $\frac{a}{3}$ D) $\frac{a}{4}$ E) $\frac{2}{3}a$.
 5.- Si $\frac{4x-y}{4x+2y} = \frac{2}{5}$ entonces $\frac{4x+y}{4x-2y}$ es igual a:
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5.

- 6.- El lado de cada uno de los triángulos equiláteros de la figura es el doble del lado del hexágono regular del centro. ¿Qué fracción del área total de los seis triángulos, representa el área del hexágono?

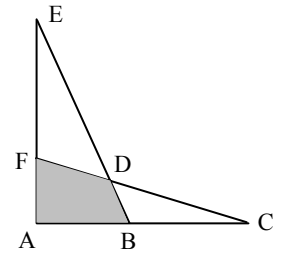


- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{2}{3}$.

- 7.- El menor entero positivo n para el que $10^n - 1$ es múltiplo de 63 es:

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8.

- 8.- En la figura adjunta, donde EA es perpendicular a AC, sabemos la medida de los siguientes segmentos: $AB = 8$ $AC = 18$ $AE = 16$ y $AF = 6$. ¿Cuál es el área del cuadrilátero ABDF sombreado?



- A) 38 B) 24 C) 42 D) 20 E) 34.

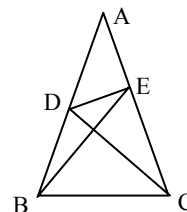
- 9.- Decimos que un número es “de libro” si es igual a la suma de un número de dos cifras diferentes y del número que se obtiene invirtiendo estas dos cifras. Por ejemplo: 143 es un número “de libro” porque $143 = 58 + 85$. ¿Cuántos números “de libro” son cuadrados perfectos?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4.

- 10.- Sea n un número entero positivo impar. El mayor entero positivo k tal que $n^{12} - n^8 - n^4 + 1$ es divisible por 2^k sea cual fuere el impar n es:

- A) 6 B) 7 C) 9 D) 10 E) 12.

- 11.- En el triángulo ABC, los ángulos $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$. Si D y E son puntos en AB y AC, respectivamente, tales que $\angle CBE = 55^\circ$ y $\angle BCD = 40^\circ$, el valor del ángulo $\angle ADE$ es:



- A) 20° B) 25° C) 30° D) 35° E) 40° .

- 12.- ¿Cuántos enteros menores que 10.000 verifican que el producto de sus cifras es 84?

- A) 24 B) 30 C) 42 D) 72 E) 84.

- 13.- ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $\sqrt[3]{2x+14} - \sqrt[3]{2x-14} = \sqrt[3]{4}$?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0.

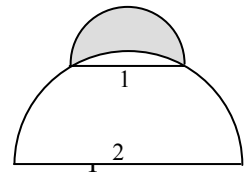
- 14.- Sean d y e las soluciones de la ecuación $2x^2 + 3x + 5 = 0$.
¿Cuánto vale $(d-1)(e-1)$?
- A) $-\frac{5}{2}$ B) 0 C) 3 D) 5 E) 6.
- 15.- ¿Cuál es la probabilidad de que un divisor positivo de 60, elegido al azar, sea menor que 7?
- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$.
- 16.- Elegimos al azar un punto (x, y) del rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(4, 1)$ y $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que x sea menor que y ?
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$.
- 17.- La suma de tres números es 20. El primero es 4 veces la suma de los otros dos y el segundo es 7 veces el tercero. ¿Cuál es el producto de los tres?
- A) 28 B) 40 C) 100 D) 400 E) 800.

- 18.- El perímetro de un triángulo equilátero coincide numéricamente con el área de su círculo circunscrito.
¿Cuánto mide el radio del círculo?

A) $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$ B) $\frac{3\sqrt{3}}{\pi}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\frac{6}{\pi}$ E) $\sqrt{3}\pi$.

- 19.- Un semicírculo de diámetro 1 está sobre otro de diámetro 2, como indica la figura. ¿Cuál es el área del trozo del semicírculo pequeño que está por encima del grande?

A) $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{12}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{24}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{24}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\pi}{12}$.



- 20.- La parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ se refleja sobre el eje de abscisas. Desplazamos la parábola 5 unidades a la derecha y su reflejada 5 unidades a la izquierda, obteniendo así las gráficas de dos parábolas, $y = f(x)$, $y = g(x)$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones verifica la gráfica de $y = (f+g)(x)$?

- A) Es una parábola tangente al eje de abscisas
 B) Una recta paralela al eje OX
 C) Una parábola no tangente al eje de abscisas
 D) Una recta no paralela al eje OX
 E) Es la gráfica de una cúbica.

- 21.- Si $a \geq b > 1$ el mayor valor posible de $\lg_a \frac{a}{b} + \lg_b \frac{b}{a}$ es:

A) -2 B) 0 C) 2 D) 3 E) 4.

- 22.- Sea a un número positivo. Considera el conjunto S de todos los puntos del plano cuyas coordenadas (x, y) satisfacen las condiciones siguientes

1) $\frac{a}{2} \leq x \leq 2a$ 2) $\frac{a}{2} \leq y \leq 2a$ 3) $x + y \geq a$ 4) $x + a \geq y$ 5) $y + a \geq x$

La frontera de S es un polígono de:

A) 3 lados B) 4 lados C) 5 lados D) 6 lados E) 7 lados.

- 23.- La suma de los cuadrados de todos los números reales que satisfacen la ecuación $x^{256} - 256^{32} = 0$ es:

A) 8 B) 128 C) 512 D) 65.536 E) 2×256^{32} .

- 24.- El menor entero k para el que la ecuación $2x(kx-4) - x^2 + 6 = 0$ no tiene raíces reales es:

A) -1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5.

- 25.- ¿Para cuántos enteros n se verifica que $(n+i)^4$ es un número entero?
Recuerda: i es la unidad imaginaria $i^2 = -1$
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4.