

IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 2 de marzo de 2005

NIVEL IV (Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés

1.- El triángulo ABC tiene un ángulo recto en C . Si $\text{sen } A = \frac{2}{3}$, entonces $\text{tg } B$ es igual a:

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ C) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{5}{3}$.

2.- Sea $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$. Si $x^2 \neq 1$, $f(-x)$ es igual a:

- A) $\frac{1}{f(x)}$ B) $-f(x)$ C) $\frac{1}{f(-x)}$ D) $-f(-x)$ E) $f(x)$.

3.- En una ciudad, el cociente entre el número de mujeres y el de hombres es $\frac{11}{10}$. Si la media de las edades de las mujeres es 34 años y la media de las edades de los hombres es 32 años, la media de las edades de toda la población, en años, es:

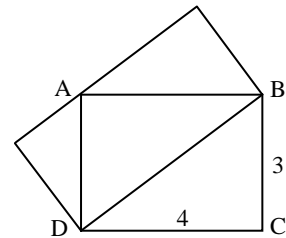
- A) $\frac{329}{10}$ B) $\frac{692}{21}$ C) 33 D) $\frac{694}{21}$ E) $\frac{331}{10}$.

4.- Al simplificar $\text{sen}(x-y)\cos y + \cos(x-y)\text{sen } y$ obtenemos:

- A) 1 B) $\text{sen } x$ C) $\cos x$ D) $\text{sen } x \cos 2y$
E) $\cos x \cos 2y$.

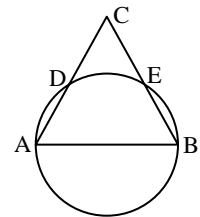
5.- ¿Cuál es el área, en m^2 , del rectángulo que tiene como lado la diagonal BD del rectángulo de lados 3 y 4 m, y que tiene el vértice A en su perímetro?

- A) 10 B) 12 C) 13 D) 15
E) 20.



6.- El segmento AB es diámetro de una circunferencia de radio 1 y lado del triángulo equilátero ABC . Esta circunferencia corta a los lados AC y BC en los puntos D y E respectivamente. ¿Cuál es la longitud de AE ?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D) $\sqrt{3}$ E) $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

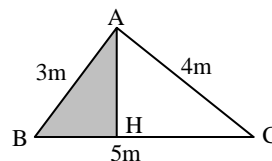


7.- En una urna hay 3 bolas, numeradas 1, 2 y 3. Hacemos tres extracciones, con devolución, y apuntando en cada caso el número de la bola extraída. Si la suma de los números apuntados es 6, ¿cuál es la probabilidad de que hayamos sacado las tres veces la bola número 2?

- A) $\frac{1}{27}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$.

8.- El área del triángulo ABH expresada, en m^2 , es:

- A) 1,8 B) 2,16 C) 2,25
D) 2,5 E) 3,24.

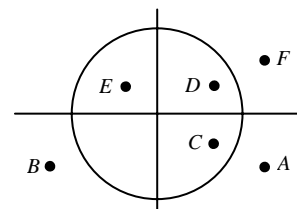


9.- Si $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{10} = S$ entonces $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{21}$ suma:

- A) $2S$ B) $(aS)^2$ C) $(1+aS)^2$ D) $S(1+a^{11})$ E) $a^{10}(1+S)$.

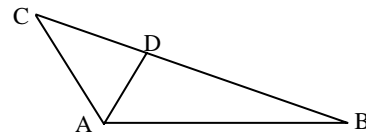
10.- El diagrama de la derecha muestra los afijos de varios números en el plano complejo. La circunferencia está centrada en el origen y tiene radio 1. Uno de estos números es el inverso de F . ¿Cuál?

- A) A B) B C) C D) D E) E .



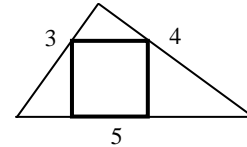
- 11.- El punto D está en el lado CB del triángulo ABC . Si los ángulos \widehat{CAD} y \widehat{DAB} son ambos de 60° y $AC = 3$ y $AB = 6$, la longitud de AD es:

A) 2 B) 2,5 C) 3 D) 3,5 E) 4.



- 12.- En un triángulo rectángulo de lados 3, 4 y 5, inscribimos un cuadrado como se ve en la figura. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?

A) $\frac{25}{12}$ B) $\frac{60}{37}$ C) $\frac{30}{13}$ D) 2 E) $\frac{37}{12}$.



- 13.- ¿Cuánto vale el producto de todas las soluciones reales de la ecuación $x^{\log_{10} x} = 10$?

A) 1 B) -1 C) 10 D) $\frac{1}{10}$ E) Nada de lo anterior.

- 14.- Siendo \log el logaritmo en base diez y tomando $\log 2 = 0,30$, ¿cuál es el valor de $\log \sqrt[3]{0,25}$?

A) -0,60 B) -0,45 C) -0,35 D) -0,25 E) -0,20.

- 15.- Un cuadrado y un triángulo equilátero tienen el mismo perímetro. Si A es el área del círculo circunscrito al cuadrado y B el área del círculo circunscrito al triángulo, $\frac{A}{B}$ es igual a:

A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{27}{32}$ D) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$ E) 1.

- 16.- La gráfica de la función $P(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ corta al eje horizontal en cinco puntos distintos, uno de los cuales es $(0, 0)$. ¿Cuál de los siguientes coeficientes no puede ser cero?

A) a B) b C) c D) d E) e .

- 17.- Sea S el conjunto de las permutaciones de 1, 2, 3, 4, 5 para las que el primer término no es 1. Elegimos al azar una de las permutaciones de S , y la probabilidad de que el segundo término sea 2 es $\frac{a}{b}$, fracción irreducible.

¿Cuánto vale $a + b$?

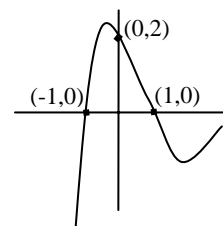
A) 5 B) 6 C) 11 D) 16 E) 19.

- 18.- Si $\log(xy^3) = 1$ y $\log(x^2y) = 1$, ¿cuánto vale $\log(xy)$?

A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) 1.

- 19.- Aquí te mostramos un trozo de la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuánto vale b ?

A) -4 B) -2 C) 0 D) 2 E) 4.



- 20.- La circunferencia concéntrica con $x^2 + y^2 - 4x + 6y = 0$ que pasa por $(1, 1)$ tiene radio:

A) 5 B) 10 C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{20}$ E) $\sqrt{17}$.

- 21.- ¿Cuántos enteros satisfacen la ecuación $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Nada de lo anterior.

- 22.- La recta simétrica de $2x + 3y = 1$ respecto de $y = -x$ es:

A) $2x - 3y = 1$ B) $3x + 2y = 1$ C) $3x - 2y = 1$ D) $3x + 2y = -1$ E) $-3x + 2y = 1$.

- 23.- Si x e y son los números complejos dados por $x = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$, $y = \frac{-1-i\sqrt{3}}{2}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones no es verdadera?

A) $x^5 + y^5 = -1$ B) $x^7 + y^7 = -1$ C) $x^9 + y^9 = -1$ D) $x^{11} + y^{11} = -1$ E) $x^{13} + y^{13} = -1$.

24.- Sean p , q y r números primos. De los siguientes números, ¿cuál es el menor cubo perfecto que es múltiplo de $n = pq^2r^4$?

- A) $p^8q^8r^8$ B) $(pq^2r^2)^3$ C) $(p^2q^2r^2)^3$ D) $(pqr^2)^3$ E) $4p^3q^3r^3$.

25.- Si $z = \cos 20^\circ + i \sin 20^\circ$, entonces z^3 es igual a:

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ B) 1_{120° C) 1_{210° D) $\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ$ E) $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$.