

## IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 23 de abril de 2005

**NIVEL IV ( Bachillerato)**

### iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b>0 puntos</b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (X) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

*Facultad de Matemáticas de la U.C.M.*

**COLABORAN:**

*Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés*

- 1.- Dado un cubo de lado 1 m, formamos un triángulo equilátero tomando como vértices los extremos de la diagonal de una cara y otro de los extremos de la diagonal no paralela de la cara opuesta. ¿Cuál es, en  $m^2$ , el área de ese triángulo?

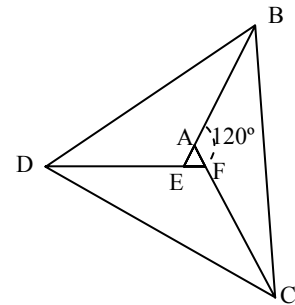
A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       C)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       D)  $\sqrt{3}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

- 2.- El valor de  $\cotg 10^\circ + \operatorname{tg} 5^\circ$  es igual que

A)  $\operatorname{cosec} 5^\circ$  B)  $\operatorname{cosec} 10^\circ$       C)  $\sec 5^\circ$  D)  $\sec 10^\circ$       E)  $\operatorname{sen} 15^\circ$ .

- 3.- El triángulo ABC de lados correspondientes  $a$ ,  $b$  y  $c$  tiene un ángulo en A de  $120^\circ$ . Por ello podemos obtener girando, el triángulo equilátero BCD formado por tres triángulos como el de partida y un triángulo equilátero pequeño interior AEF. El área de este triángulo equilátero AEF es:

A)  $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3}$       B)  $\frac{a^2 - b^2 - c^2}{\sqrt{3}}$   
 C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-c)^2$       D)  $\frac{\sqrt{3}}{12}[a^2 - (b^2 - c^2)]$   
 E)  $a^2 - b^2 - c^2 + bc$ .



- 4.- El resultado de las operaciones  $\left[ \binom{2}{2} + \binom{3}{2} + \binom{4}{2} + \dots + \binom{10}{2} \right] \times 6 + 10$ , es:

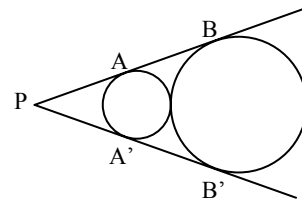
A) 1000      B) 900      C) 888      D) 876      E) 625.

- 5.- Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el más pequeño es  $75^\circ$  el mayor será:

A)  $95^\circ$       B)  $100^\circ$       C)  $105^\circ$       D)  $110^\circ$   
 E)  $115^\circ$ .

- 6.- Las dos circunferencias de la figura son tangentes exteriores y las rectas PAB y PA'B' las tangentes comunes a ambas. Si  $PA = AB = 4$ , el área del círculo pequeño es:

A)  $1,44\pi$       B)  $2\pi$       C)  $2,56\pi$   
 D)  $\sqrt{8}\pi$       E)  $4\pi$ .



- 7.- ¿Cuál de estos números es el mayor?

A)  $\sqrt[3]{\sqrt{5 \times 6}}$       B)  $\sqrt{6 \times \sqrt[3]{5}}$       C)  $\sqrt{5 \times \sqrt[3]{6}}$       D)  $\sqrt[3]{5 \times \sqrt{6}}$       E)  $\sqrt[3]{6 \times \sqrt{5}}$ .

- 8.- ¿Cuál de las siguientes rectas es tangente a  $y = x^2 - 3x + 1$ ?

A)  $y = x + 1$       B)  $y = 2x + 3$       C)  $y = 3x - 8$       D)  $y = -3x$       E)  $y = 3x - 1$ .

- 9.- En un plano tomamos dos puntos A y B que distan entre sí 5 unidades. ¿Cuántas rectas de ese plano distan 2 unidades de A y 2 de B?

A) 0      B) 2      C) 3      D) 4      E) Infinitas.

- 10.- En un triángulo MNP, el baricentro es G (1, 6) y el punto medio T, del lado NP, tiene coordenadas (3, 5). ¿Cuáles son las coordenadas de M?

A) (-3, 8)      B) (-1, 7)      C) (7, 3)      D)  $(2, \frac{11}{2})$       E) (2, -1).

- 11.- Un triángulo cuyos lados vienen dados por números enteros tiene de perímetro 8. ¿Cuál es el área?

A)  $2\sqrt{2}$       B)  $\frac{16}{9}\sqrt{3}$       C)  $2\sqrt{3}$       D) 4      E)  $4\sqrt{2}$ .

- 12.- Sea  $a > 0$ , si  $a^{0,30} = 2$  y  $a^{0,48} = 3$ , entonces  $a^{0,66}$  sería igual a:

A) 4,5      B) 6      C) 8,1      D) 5      E) 8.

- 13.- ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a una de las bisectrices de las rectas  $r : 3x + 4y = 5$  y  $s : y = 0$ ?

A) (1, 1)      B) (0, 0)      C) (1, 2)      D) (2, 1)      E) (2, -1).

14.- La suma  $1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + (1+i)^4 + (1+i)^5$  es igual a:

- A)  $1_{270^\circ}$     B)  $8i$     C)  $-8 + i$     D)  $8 - i$     E)  $\frac{7}{i}$ .

15.- ¿Cuántas cifras distintas tiene el resultado de la siguiente suma?

$$1 + 12 + 123 + 1234 + 12345 + 123456 + 1234567 + 12345678 + 123456789$$

- A) nueve    B) ocho    C) siete    D) seis    E) cinco.

16.- Si  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 99^2 = S$ , ¿cuánto suma  $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 100^2$  ?

- A)  $S + 2550$     B)  $2S$     C)  $4S$     D)  $S + 5050$     E)  $S + 5075$ .

17.- ¿Cuántos números de tres cifras  $abc$  verifican que ellos y  $cba$  son cuadrados perfectos?

- A) siete    B) seis    C) cinco    D) cuatro    E) tres.

18.- En un triángulo  $ABC$ ,  $a = 8$ ,  $b = 5$ , y  $\cos \hat{C} = \frac{3}{5}$ . El área es:

- A) 16    B) 18    C) 20    D) 21    E) 25.

19.- Sabiendo que  $\cos \alpha = \frac{4}{5}$  y que  $\alpha$  está en el primer cuadrante, el  $\sin 4\alpha$  es:

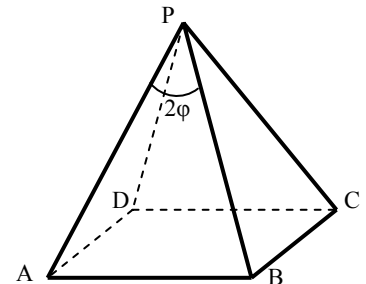
- A)  $\frac{48}{625}$     B)  $\frac{60}{625}$     C)  $\frac{196}{625}$     D) 1    E)  $\frac{336}{625}$ .

20.- Tenemos cuatro números enteros y si los sumamos de tres en tres obtenemos los siguientes resultados: 180, 197, 208 y 222. ¿Cuál es el mayor de los cuatro números?

- A) 77    B) 83    C) 89    D) 95    E) 96.

21.- Considera una pirámide  $PABCD$  cuya base  $ABCD$  es un cuadrado y el vértice  $P$  equidista de los puntos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $D$ . Si  $AB = 1$  y el ángulo  $\hat{APB} = 2\varphi$ , el volumen de la pirámide es:

- A)  $\frac{\operatorname{sen} \varphi}{6}$     B)  $\frac{\cot g \varphi}{3}$     C)  $\frac{1}{\operatorname{sen} \varphi}$     D)  $\frac{1 - \operatorname{sen}(2\varphi)}{3}$     E)  $\frac{\sqrt{\cos(2\varphi)}}{6 \operatorname{sen} \varphi}$ .



22.- Para cada entero positivo  $n$ , sea  $S(n)$  la suma de sus dígitos. ¿Cuántos enteros positivos  $n$  verifican que  $n + S(n) = 2005$ ?

- A) 0    B) 1    C) 2    D) 3    E) 4.

23.- Si  $x, y > 0$  y se verifica que  $\log_y(x) + \log_x(y) = \frac{10}{3}$  y  $x \cdot y = 144$ , entonces  $\frac{x+y}{2}$  es igual a:

- A)  $12\sqrt{2}$     B)  $13\sqrt{3}$     C) 24    D) 30    E) 36.

24.- Sea  $f(x) = x^2 + 6x + 1$  y  $T$  el conjunto de los puntos  $(x, y)$  tales que  $f(x) + f(y) \leq 0$  y  $f(x) - f(y) \leq 0$ . El entero más próximo al valor del área del recinto determinado por el conjunto  $T$ , es:

- A) 21    B) 22    C) 23    D) 24    E) 25.

25.- ¿Cuántos pares ordenados de números reales  $(a, b)$  verifican que  $(a + bi)^{2005} = a - bi$  ?

- A) 0    B) 2    C) 1001    D) 2005    E) 2007.