

XI CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE : Día 28 de febrero de 2007

NIVEL IV (Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid
www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Se tira una moneda tres veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan exactamente dos caras seguidas?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

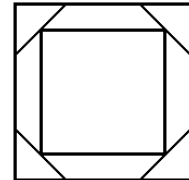
- 2 ¿Cuál es la altura menor de un punto de la gráfica de la función?

$$y = |x-1| + |x-2| + |x-3| + |x-4| + |x-5|$$

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

- 3 En la figura podemos ver dos cuadrados y un octógono regular que están inscritos unos en otros. Si el área del cuadrado grande es 48 cm^2 , el área del pequeño, en cm^2 , es:

A) 40 B) 36 C) 32 D) 28 E) 24



- 4 La función inversa (o recíproca) de $y = |x-3| + 2x$ es:

A) $y = |x+3| + \frac{1}{2}x$ B) $y = \frac{2x-3}{3} + \left| \frac{x-6}{3} \right|$
C) $y = \frac{2x-3}{3} - \frac{|x-6|}{3}$ D) $y = \frac{|x+3|}{3} + x$ E) $y = x - \frac{|x-3|}{3}$

- 5 Sabiendo que la suma de los n primeros cuadrados, $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$, es $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, entonces la suma de los diez primeros cuadrados pares, $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 20^2$ es:

A) 1444 B) 1540 C) 1556 D) 1596 E) 1616

- 6 Se tira un dado cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan cuatro números distintos?

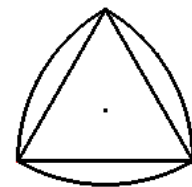
A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{1}{54}$ C) $\frac{5}{108}$ D) $\frac{1}{144}$ E) $\frac{24}{216}$

- 7 ¿Cuál de los siguientes números no es raíz del polinomio $z^4 - 5z^2 - 36$?

A) $2i$ B) 2_{180° C) 2_{270° D) 3_{180° E) 3

- 8 El triángulo curvilíneo de la figura, está formado por tres arcos de centro un vértice del triángulo equilátero y radio su lado, que mide 2 cm. ¿Cuál es el área, en cm^2 , del triángulo curvilíneo?

A) $2\pi + \sqrt{3}$ B) $\pi + \sqrt{3}$ C) $2(\pi - \sqrt{3})$
D) $\pi - \sqrt{3}$ E) $2\sqrt{3} - \pi$



- 9 ¿Cuál de los siguientes números es primo?

A) $5^5 + 1$ B) $6^7 - 1$ C) $2^{18} + 1$ D) $4^{16} - 1$ E) $16^4 + 1$

- 10 El valor mínimo de $f(x) = (x-5)^3 \cdot (x-1)$ es:

A) -27 B) -8 C) $-\frac{75}{8}$ D) -3 E) 0

- 11** La recta tangente a $y = x^3 - 2x^2 + 1$ en $(1,0)$, además de tocar a la curva en $(1,0)$ la corta también en:
A) $(0, 1)$ **B)** $(-1, -4)$ **C)** $(2, 1)$ **D)** $(3, 10)$ **E)** $(-2, -11)$
- 12** ¿Cuántos “martes y 13” puede haber como mucho en un año?
A) Uno **B)** Dos **C)** Tres **D)** Cuatro **E)** Cinco
- 13** Consideremos las funciones $f(x) = x^2 + 2bx + 1$ y $g(x) = 2a(x + b)$ donde las constantes a y b son números reales. Cada par de constantes a y b puede considerarse como un punto de coordenadas (a, b) en el plano. Si S es el conjunto de puntos (a, b) para los que la gráfica de $y = f(x)$ e $y = g(x)$ no se cortan, el área de S es:
A) 1 **B)** π **C)** 4 **D)** 4π **E)** Infinita
- 14** ¿Cuántos triángulos rectángulos distintos verifican que su perímetro, en cm, y su área, en cm^2 , vienen dados por dos números iguales?
A) Ninguno **B)** Uno **C)** Dos **D)** Cuatro **E)** Infinitos
- 15** El área total de un ortoedro (prisma recto rectangular) es 22 cm^2 y la suma de las longitudes de todas sus aristas es 24 cm. ¿Cuál es, en cm, la máxima distancia entre dos vértices de dicho ortoedro?
A) $\sqrt{11}$ **B)** $\sqrt{12}$ **C)** $\sqrt{13}$ **D)** $\sqrt{14}$
E) No está unívocamente determinada
- 16** Una circunferencia de radio arbitrario puede cortar a la gráfica de la función $y = \text{sen } x$ en:
A) Dos puntos como máximo **B)** Cuatro puntos como máximo
C) Seis puntos como máximo **D)** Ocho puntos como máximo
E) Más de dieciséis puntos
- 17** Si el cociente entre el perímetro de un cuadrilátero en el que se pueda inscribir una circunferencia y la longitud de dicha circunferencia es k , ¿cuál es el cociente entre el área de dicho cuadrilátero y el área del círculo?
A) $k\pi$ **B)** $\frac{k}{\pi}$ **C)** $\frac{k^2}{\pi}$ **D)** k^2 **E)** k
- 18** Consideremos las gráficas de $y = Ax^2$ e $y^2 + 3 = x^2 + 4y$ con $A > 0$.
¿En cuántos puntos se cortan?
A) Cuatro **B)** Dos **C)** Depende de los valores de A
D) Hay un valor positivo de A para el que no se cortan **E)** Nada de lo anterior
- 19** El volumen de un ortoedro es 8 cm^3 , su área total 32 cm^2 y sus tres dimensiones están en progresión geométrica. ¿Cuál es, en cm, la suma de las longitudes de todas sus aristas?
A) 7 **B)** 14 **C)** 24 **D)** 28 **E)** 32

20 ¿Cuántas soluciones reales tiene la ecuación $|x - |2x + 1|| = 3$?

- A) Ninguna B) Una C) Dos D) Tres E) Cuatro

21 Si $f(x) = 10x$ y $f(g(x)) = -5x$ entonces $g(x)$ es igual a:

- A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{x}{2}$ C) $-\frac{x}{10}$ D) $-\frac{1}{10}$ E) $-2x$

22 En un concurso de opción múltiple y con 30 problemas, se puntúa con 12 puntos cada respuesta correcta, se restan 7 puntos por cada respuesta incorrecta y 0 por cada respuesta en blanco. Si Antonio obtuvo 234 puntos, ¿cuántas respuestas dejó en blanco?

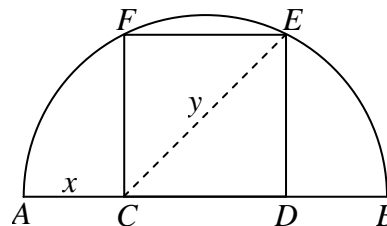
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

23 Si m y n son enteros, con $1 \leq m < n$, ¿cuántas soluciones positivas tiene la ecuación $x^n - x^m - 1 = 0$?

- A) Ninguna B) n C) Una D) $n - m$

E) Es posible cualquier número de soluciones

24 En una semicircunferencia de diámetro AB inscribimos un cuadrado $CDEF$ como se muestra en la figura. Si $AC = x$ y $CE = y$, entonces $\frac{x}{y}$ es igual a:



- A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2\sqrt{2}}$ E) $\frac{3}{5}$

25 $\arctg\left(\frac{1}{10}\right) + \arctg\left(\frac{1}{17}\right)$ es igual a:

- A) π B) $\arctg\left(\frac{1}{3}\right)$ C) $\frac{\pi}{2}$ D) $\arctg\left(\frac{1}{7}\right)$ E) $\arctg\left(\frac{27}{169}\right)$