

XI CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 21 de abril de 2007

NIVEL IV (Bachillerato)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid
www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

1 En un examen de Matemáticas, puntuando de 0 a 10, la media de los 12 primeros de la lista, en una clase de 20 estudiantes, fue 6,5. ¿Qué podemos concluir sobre la media m de los 20 estudiantes de la clase?

- A) $0,325 \leq m \leq 6,5$ B) $3,25 \leq m \leq 6,5$ C) $3,9 \leq m \leq 6,5$
 D) $3,9 \leq m \leq 7,9$ E) $6,5 \leq m \leq 7,5$

2 En el cubo $ABCDEFGH$, apoyado sobre la cara $ABCD$, los vértices E, F, G y H están en la misma arista que A, B, C y D respectivamente. ¿Cuál es el coseno del ángulo $\hat{C}AG$?

- A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

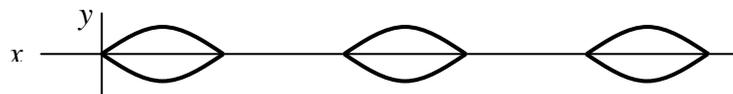
3 Si n es un entero con $1 \leq n \leq 9$, ¿cuál será el valor de $\frac{0, n}{0, \hat{n}}$?

- A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{9}{10}$ C) 1 D) $\frac{10}{9}$ E) Depende de n

4 En el triángulo isósceles ABC , con $AB = AC$, se verifica que el ángulo \hat{BCD} es igual al ángulo $\hat{B}AC$, siendo D el punto medio de AB . ¿Cuál es el coseno de este ángulo?

- A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ C) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ D) $\frac{\sqrt{7}}{4}$ E) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

5 ¿Cuál de las siguientes expresiones podría ser la ecuación de una curva de la que un trozo de su gráfica se muestra en la figura adjunta?

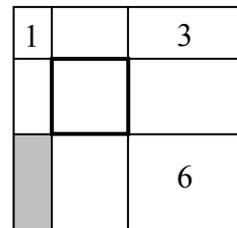


- A) $y = \text{sen}x$ B) $|y| = \text{sen}x$ C) $y = |\text{sen}x|$
 D) $|y| = |\text{sen}x|$ E) Nada de lo anterior

6 Si h, h', h'' denotan las alturas de un triángulo, ¿cuáles de los siguientes números no pueden ser proporcionales a sus longitudes?

- A) 2, 3 y 4 B) 2, 3 y 5 C) 2, 4 y 5 D) 3, 4 y 5 E) 3, 4 y 6

7 Dividimos un cuadrado en 9 rectángulos con rectas paralelas a los lados como muestra la figura. El rectángulo central resulta ser otro cuadrado y las áreas de tres rectángulos de las esquinas, en cm^2 , son las que te mostramos. ¿Cuál es, en cm, el perímetro del rectángulo sombreado?



- A) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B) 2 C) $3\sqrt{3}$ D) 6 E) $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

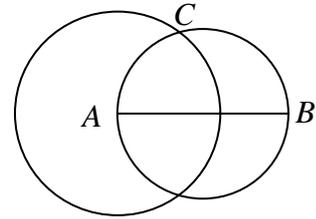
8 De las siguientes expresiones, ¿cuál es igual a $\text{sen}^3x + \text{cos}^3x$ para cualquier x ?

- A) $\text{sen}3x + \text{cos}3x$ B) 1 C) $(\text{sen}x + \text{cos}x)^3$
 D) $(\text{sen}x + \text{cos}x)(1 - \text{sen}x \cdot \text{cos}x)$ E) $(\text{sen}x + \text{cos}x)(\text{sen}2x + 1)$

9 Si $\cos \theta = \frac{1}{2}$, ¿cuál de las siguientes expresiones no puede ser igual a $\sin 2\theta$?

- A) $\sin \theta$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ E) $2 \sin \theta \cos \theta$

10 La circunferencia pequeña de la figura tiene 10 cm de radio y AB es uno de sus diámetros. La circunferencia grande, de centro A , tiene 12 cm de radio y corta a la pequeña en C . ¿Cuál es, en cm, la medida de la cuerda CB ?



- A) 8 B) 10 C) 12 D) $10\sqrt{2}$ E) 16

11 Un corredor de fondo recorre cierta distancia a una velocidad v m/s y luego recorre la mitad de esa distancia a u m/s. Si el tiempo total que ha empleado ha sido de t segundos, ¿cuál ha sido, en m, la distancia total recorrida?

- A) $\frac{3tuv}{u+2v}$ B) $\frac{3tuv}{2u+v}$ C) $\frac{3t}{u+2v}$ D) $\frac{tuv}{2u+v}$ E) $\frac{2tuv}{2u+v}$

12 Si la recta $y = 3x + 4$ se refleja en la recta $y = -x$, ¿cuál es la ecuación de la recta imagen?

- A) $3y = x + 4$ B) $3y = x - 4$ C) $y = 3x - 4$ D) $y = -3x - 4$ E) $y = 4x + 3$

13 ¿Qué número ocupa el lugar 2007 en la sucesión **1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, ...**?

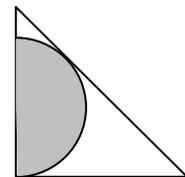
- A) 55 B) 59 C) 63 D) 67 E) 71

14 Si cada base de un trapecio decrece en un 10 % y la altura crece en un 10 %, ¿cuál es el porcentaje de cambio en el área?

- A) Decrece un 10 % B) Decrece un 1 % C) No cambia
D) Crece un 10 % E) Decrece un 20 %

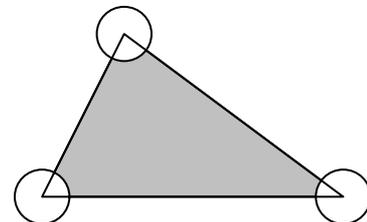
15 Los catetos del triángulo rectángulo miden 1. ¿Cuál es el radio del semicírculo sombreado?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ C) $3 - 2\sqrt{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $2 - \sqrt{2}$



16 El área del triángulo de la figura es 80 m^2 y el radio de los círculos centrados en los vértices es 2 m. ¿Cuál es el área, en m^2 , de la zona sombreada?

- A) 76 B) $80 - 2\pi$ C) $40 - 4\pi$
D) $80 - \pi$ E) 78π

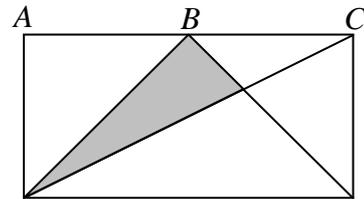


17 Las soluciones de la ecuación $x^2 - Ax + B = 0$ son dos números naturales distintos, de dos dígitos cada uno y cuyas cifras están intercambiadas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente verdadera?

- A) B es capicúa B) A es múltiplo de 11 C) $A = B$
D) B es un múltiplo de 11 E) A es múltiplo de 10

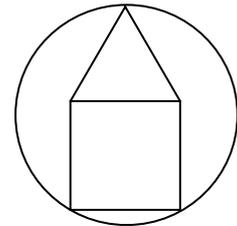
- 18) ¿Para cuántos valores enteros de p resulta que $4^{\frac{p-1}{p+1}}$ también es entero?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 19) Sabiendo que B es el punto medio de AC y que la base del rectángulo es 2 y su altura es 1, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?



- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- 20) La figura muestra un cuadrado y un triángulo equilátero con un lado común. Si el lado del cuadrado mide 2, ¿cuánto mide el radio de la circunferencia circunscrita a la figura?



- A) $\frac{9}{4}$ B) $4 - \sqrt{3}$ C) $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ D) 2 E) $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2}$

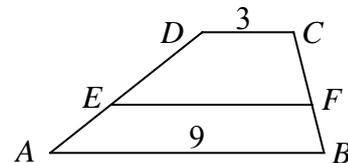
- 21) En una bolsa hay 3 bolas rojas y una azul. Se extraen sin mirar dos bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

- 22) ¿Cuál es la penúltima cifra de 11^{48} ?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

- 23) Dividimos el trapecio de bases 9 y 3 de la figura por un segmento paralelo a las bases, de forma que los dos trapecios formados tienen igual perímetro. Si $AD = 6$ y $BC = 4$, ¿cuál es el valor del cociente $\frac{AE}{ED}$?



- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

- 24) Nadal y Federer juegan en tierra batida un partido a 3 sets, es decir, vence quien gana 2 sets. Si la probabilidad que tiene Nadal de ganar cada set es un 60 %, ¿qué probabilidad tiene Nadal de salir victorioso en el partido?

- A) 0,6 B) 0,648 C) 0,504 D) 0,36 E) 0,75

- 25) En el segmento BC , marcamos los puntos D y E que lo dividen en tres segmentos iguales. Si $BD^2 + BE^2 = k \cdot BC^2$, el valor de k es:

- A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 2 E) $\frac{1}{4}$