

# XI CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 21 de abril de 2007

**NIVEL IV (Bachillerato)**

**iii Lee detenidamente las instrucciones !!!**

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b>5 puntos</b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b>2 puntos</b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b>0 puntos</b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

**COLABORAN:**

Universidad Complutense de Madrid  
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
Educamadrid  
www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés  
Yalos Instruments, S.L. - SAS

**1** En un examen de Matemáticas, puntuando de 0 a 10, la media de los 12 primeros de la lista, en una clase de 20 estudiantes, fue 6,5. ¿Qué podemos concluir sobre la media  $m$  de los 20 estudiantes de la clase?

- A)  $0,325 \leq m \leq 6,5$       B)  $3,25 \leq m \leq 6,5$       C)  $3,9 \leq m \leq 6,5$   
 D)  $3,9 \leq m \leq 7,9$       E)  $6,5 \leq m \leq 7,5$

**2** En el cubo  $ABCDEFGH$ , apoyado sobre la cara  $ABCD$ , los vértices  $E, F, G$  y  $H$  están en la misma arista que  $A, B, C$  y  $D$  respectivamente. ¿Cuál es el coseno del ángulo  $\hat{C}AG$ ?

- A)  $\frac{1}{\sqrt{3}}$       B)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       D)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$       E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

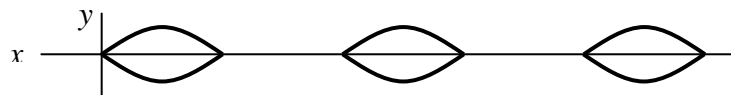
**3** Si  $n$  es un entero con  $1 \leq n \leq 9$ , ¿cuál será el valor de  $\frac{0, n}{0, \hat{n}}$ ?

- A)  $\frac{1}{10}$       B)  $\frac{9}{10}$       C) 1      D)  $\frac{10}{9}$       E) Depende de  $n$

**4** En el triángulo isósceles  $ABC$ , con  $AB = AC$ , se verifica que el ángulo  $\hat{BCD}$  es igual al ángulo  $\hat{BAC}$ , siendo  $D$  el punto medio de  $AB$ . ¿Cuál es el coseno de este ángulo?

- A)  $\frac{3}{4}$       B)  $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$       C)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$       D)  $\frac{\sqrt{7}}{4}$       E)  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

**5** ¿Cuál de las siguientes expresiones podría ser la ecuación de una curva de la que un trozo de su gráfica se muestra en la figura adjunta?

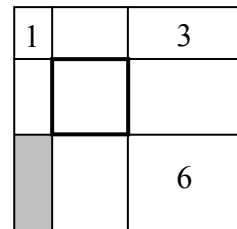


- A)  $y = \text{sen}x$       B)  $|y| = \text{sen}x$       C)  $y = |\text{sen}x|$   
 D)  $|y| = |\text{sen}x|$       E) Nada de lo anterior

**6** Si  $h, h', h''$  denotan las alturas de un triángulo, ¿cuáles de los siguientes números no pueden ser proporcionales a sus longitudes?

- A) 2, 3 y 4      B) 2, 3 y 5      C) 2, 4 y 5      D) 3, 4 y 5      E) 3, 4 y 6

**7** Dividimos un cuadrado en 9 rectángulos con rectas paralelas a los lados como muestra la figura. El rectángulo central resulta ser otro cuadrado y las áreas de tres rectángulos de las esquinas, en  $\text{cm}^2$ , son las que te mostramos. ¿Cuál es, en cm, el perímetro del rectángulo sombreado?



- A)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$       B) 2      C)  $3\sqrt{3}$       D) 6      E)  $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

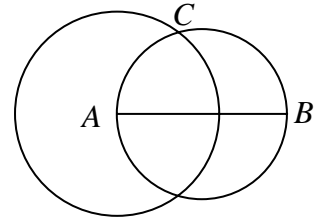
**8** De las siguientes expresiones, ¿cuál es igual a  $\text{sen}^3x + \text{cos}^3x$  para cualquier  $x$ ?

- A)  $\text{sen}3x + \text{cos}3x$       B) 1      C)  $(\text{sen}x + \text{cos}x)^3$   
 D)  $(\text{sen}x + \text{cos}x)(1 - \text{sen}x \cdot \text{cos}x)$       E)  $(\text{sen}x + \text{cos}x)(\text{sen}2x + 1)$

9 Si  $\cos \theta = \frac{1}{2}$ , ¿cuál de las siguientes expresiones no puede ser igual a  $\sin 2\theta$ ?

- A)  $\sin \theta$     B)  $\frac{1}{2}$     C)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$     D)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     E)  $2 \sin \theta \cos \theta$

10 La circunferencia pequeña de la figura tiene 10 cm de radio y  $AB$  es uno de sus diámetros. La circunferencia grande, de centro  $A$ , tiene 12 cm de radio y corta a la pequeña en  $C$ . ¿Cuál es, en cm, la medida de la cuerda  $CB$ ?



- A) 8    B) 10    C) 12    D)  $10\sqrt{2}$     E) 16

11 Un corredor de fondo recorre cierta distancia a una velocidad  $v$  m/s y luego recorre la mitad de esa distancia a  $u$  m/s. Si el tiempo total que ha empleado ha sido de  $t$  segundos, ¿cuál ha sido, en m, la distancia total recorrida?

- A)  $\frac{3tuv}{u+2v}$     B)  $\frac{3tuv}{2u+v}$     C)  $\frac{3t}{u+2v}$     D)  $\frac{tuv}{2u+v}$     E)  $\frac{2tuv}{2u+v}$

12 Si la recta  $y = 3x + 4$  se refleja en la recta  $y = -x$ , ¿cuál es la ecuación de la recta imagen?

- A)  $3y = x + 4$     B)  $3y = x - 4$     C)  $y = 3x - 4$     D)  $y = -3x - 4$     E)  $y = 4x + 3$

13 ¿Qué número ocupa el lugar 2007 en la sucesión **1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, ...**?

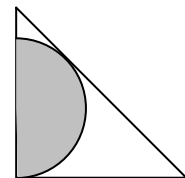
- A) 55    B) 59    C) 63    D) 67    E) 71

14 Si cada base de un trapecio decrece en un 10 % y la altura crece en un 10 %, ¿cuál es el porcentaje de cambio en el área?

- A) Decrece un 10 %    B) Decrece un 1 %    C) No cambia  
D) Crece un 10 %    E) Decrece un 20 %

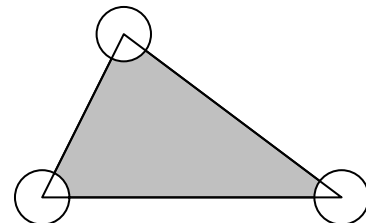
15 Los catetos del triángulo rectángulo miden 1. ¿Cuál es el radio del semicírculo sombreado?

- A)  $\sqrt{2} - 1$     B)  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     C)  $3 - 2\sqrt{2}$     D)  $\frac{1}{2}$     E)  $2 - \sqrt{2}$



16 El área del triángulo de la figura es  $80 \text{ m}^2$  y el radio de los círculos centrados en los vértices es 2 m. ¿Cuál es el área, en  $\text{m}^2$ , de la zona sombreada?

- A) 76    B)  $80 - 2\pi$     C)  $40 - 4\pi$   
D)  $80 - \pi$     E)  $78\pi$

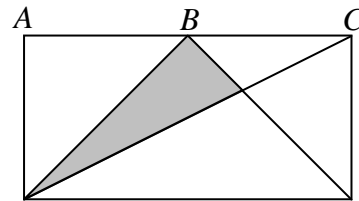


17 Las soluciones de la ecuación  $x^2 - Ax + B = 0$  son dos números naturales distintos, de dos dígitos cada uno y cuyas cifras están intercambiadas. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es necesariamente verdadera?

- A)  $B$  es capicúa    B)  $A$  es múltiplo de 11    C)  $A = B$   
D)  $B$  es un múltiplo de 11    E)  $A$  es múltiplo de 10

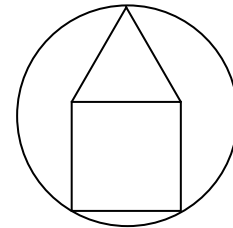
- 18) ¿Para cuántos valores enteros de  $p$  resulta que  $4^{\frac{p-1}{p+1}}$  también es entero?  
 A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

- 19) Sabiendo que  $B$  es el punto medio de  $AC$  y que la base del rectángulo es 2 y su altura es 1, ¿cuál es el área del triángulo sombreado?



- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{5}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{1}{3}$       E)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- 20) La figura muestra un cuadrado y un triángulo equilátero con un lado común. Si el lado del cuadrado mide 2, ¿cuánto mide el radio de la circunferencia circunscrita a la figura?



- A)  $\frac{9}{4}$       B)  $4 - \sqrt{3}$       C)  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$       D) 2      E)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{2}$

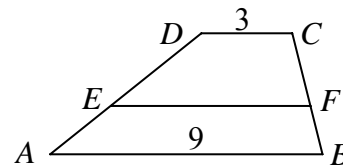
- 21) En una bolsa hay 3 bolas rojas y una azul. Se extraen sin mirar dos bolas. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?

- A)  $\frac{1}{4}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{3}{4}$

- 22) ¿Cuál es la penúltima cifra de  $11^{48}$ ?

- A) 8      B) 6      C) 4      D) 2      E) 0

- 23) Dividimos el trapecio de bases 9 y 3 de la figura por un segmento paralelo a las bases, de forma que los dos trapecios formados tienen igual perímetro. Si  $AD = 6$  y  $BC = 4$ , ¿cuál es el valor del cociente  $\frac{AE}{ED}$ ?



- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{4}$       D)  $\frac{2}{3}$       E)  $\frac{4}{5}$

- 24) Nadal y Federer juegan en tierra batida un partido a 3 sets, es decir, vence quien gana 2 sets. Si la probabilidad que tiene Nadal de ganar cada set es un 60 %, ¿qué probabilidad tiene Nadal de salir victorioso en el partido?

- A) 0,6      B) 0,648      C) 0,504      D) 0,36      E) 0,75

- 25) En el segmento  $BC$ , marcamos los puntos  $D$  y  $E$  que lo dividen en tres segmentos iguales. Si  $BD^2 + BE^2 = k \cdot BC^2$ , el valor de  $k$  es:

- A)  $\frac{5}{9}$       B)  $\frac{2}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D) 2      E)  $\frac{1}{4}$