

# **XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS**

**1ª FASE:** Día 27 de febrero de 2008

**NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)**

**!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!**

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- \* No pases la página hasta que se te indique.
- \* Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- \* No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- \* Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- \* No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	<b><i>5 puntos</i></b>
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	<b><i>2 puntos</i></b>
<i>Cada respuesta errónea</i>	<b><i>0 puntos</i></b>

- \* **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- \* **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

**CONVOCA:**

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

**COLABORAN:**

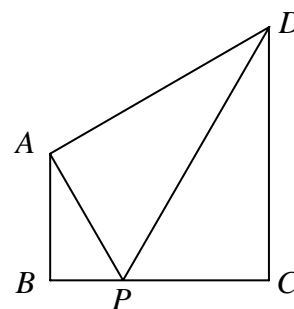
Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés  
Yalos Instruments, S.L. - SAS

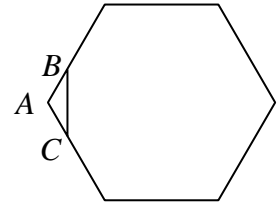
- 1** Una parábola de eje vertical y vértice  $V(2, 1)$ , que pasa por  $(4,9)$ , también pasa por:  
**A)** (1,2)    **B)** (1, 3)    **C)** (1, 4)    **D)** (1, 5)    **E)** (1,6)
- 2** Si un rombo de 10 cm de lado tiene un ángulo de  $30^\circ$ , entonces su área, en  $\text{cm}^2$ , es:  
**A)** 50    **B)**  $50\sqrt{2}$     **C)**  $50\sqrt{3}$     **D)** 60    **E)**  $20\sqrt{3}$
- 3** El radio, en cm, de la circunferencia circunscrita a un triángulo con un lado que mide 4 cm y ángulo opuesto de  $30^\circ$  es:  
**A)** 2    **B)**  $2\sqrt{2}$     **C)**  $2\sqrt{3}$     **D)** 3    **E)** 4
- 4** ¿Cuántas soluciones formadas por enteros positivos tiene la ecuación  $4x + 3y + 2z = 18$ ?  
**A)** tres    **B)** cinco    **C)** seis    **D)** ocho    **E)** nueve
- 5** Un triángulo acutángulo tiene dos lados que miden 10 y 15 cm. De las medidas: 5, 10, 15, 18 y 20 cm, ¿cuántas pueden corresponder al tercer lado?  
**A)** una    **B)** dos    **C)** tres    **D)** cuatro    **E)** cinco
- 6** El resto de dividir un polinomio por  $x - 5$  es 2 y el resto de dividirlo por  $x - 2$  es 5. ¿Cuál es el resto de dividirlo por  $x^2 - 7x + 10$ ?  
**A)**  $3x + 7$     **B)**  $-3x + 10$     **C)**  $-x + 7$     **D)**  $2x + 3$     **E)**  $3x + 2$
- 7** Al dividir un número entre 5 da resto 3, y al dividirlo por 7 da resto 2. ¿Cuál es el resto al dividirlo por 35?  
**A)** 24    **B)** 12    **C)** 5    **D)** 9    **E)** 23
- 8** Se tira una moneda tres veces y se gana si salen dos caras seguidas. ¿Cuál es la probabilidad de ganar?  
**A)**  $\frac{1}{2}$     **B)**  $\frac{3}{8}$     **C)**  $\frac{5}{8}$     **D)**  $\frac{3}{4}$     **E)**  $\frac{1}{4}$
- 9** Los tres triángulos de la figura son rectángulos y semejantes. Si el segmento  $BC$  mide 12 cm, el área, en  $\text{cm}^2$ , del trapecio  $ABCD$  es:  
**A)** 108    **B)**  $72\sqrt{2}$     **C)**  $72\sqrt{3}$     **D)** 96    **E)**  $64\sqrt{6}$
- 10** Mi casa dista del colegio 840 m. Al ir y al volver camino a una velocidad uniforme, si bien a la ida voy un tercio más rápido que a la vuelta. ¿A qué distancia de mi casa está el punto en el que los tiempos empleados en ir desde casa y volver desde el colegio son los mismos?



Sigo pensando como dije en la reunión. Si lo que quiso poner Jesús es lo que he redactado (ya que él no ha enviado otra redacción), la respuesta correcta es 480 m y allí alguno opinaba que es 360. ¡Aclarémonos antes de ponerlo en la prueba!

- A)** 210 m    **B)** 240 m    **C)** 360 m    **D)** 420 m    **E)** 480 m

- 11** El hexágono regular de la figura tiene área  $216 \text{ cm}^2$ . En el triángulo isósceles  $ABC$ , el lado  $AB$  es un tercio del lado del hexágono. ¿Cuál es, en  $\text{cm}^2$ , el área de dicho triángulo?



A) 16      B) 12      C) 9      D) 6      E) 4

- 12** ¿Cuáles son las dos últimas cifras de  $51^{48}$ ?

A) 81      B) 61      C) 41      D) 21      E) 01

- 13**  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{5^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{6^2}\right) =$

A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{17}{18}$       C)  $\frac{7}{12}$       D)  $\frac{5}{6}$       E)  $\frac{1}{3}$

- 14** Los triángulos  $ABC$  y  $ADC$  son isósceles con  $AB = BC$  y  $AD = DC$ . Si el punto  $D$  está dentro del triángulo  $ABC$ , siendo el ángulo  $\hat{A}BC = 40^\circ$  y el ángulo  $\hat{A}DC = 140^\circ$ , ¿cuánto mide el ángulo  $\hat{B}AD$ ?

A)  $20^\circ$       B)  $30^\circ$       C)  $40^\circ$       D)  $50^\circ$       E)  $60^\circ$

- 15** La media de las edades de todos los miembros de una familia compuesta por padre, madre y varios hijos es 20 años. Si el padre tiene 48 años y la media de las edades de la madre y de todos los hijos es 16, ¿cuántos hijos tienen?

A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

- 16** Si  $m$  y  $n$  son dos enteros positivos con  $75m = n^3$ , ¿cuál es el mínimo valor posible de  $m + n$ ?

A) 15      B) 30      C) 50      D) 60      E) 5700

- 17** Si el número  $a$  verifica  $a + \frac{1}{a} = 4$ , ¿cuál es el valor de  $a^4 + \frac{1}{a^4}$ ?

A) 256      B) 164      C) 172      D) 192      E) 194

- 18** ¿Cuántas parejas  $(m, n)$  de enteros positivos, con  $m > n$ , verifican  $m^2 - n^2 = 96$ ?

A) 3      B) 4      C) 6      D) 9      E) 12

- 19** Si  $\text{sen } a + \text{sen } b = \sqrt{\frac{5}{3}}$  y  $\text{cos } a + \text{cos } b = 1$ ,  $\text{cos}(a - b)$  es igual a:

A)  $\sqrt{\frac{5}{3}} - 1$       B)  $\frac{1}{3}$       C)  $\frac{1}{2}$       D)  $\frac{2}{3}$       E) 1

- 20** La función  $f$  verifica que  $f(3x - 1) = x^3 + x + 1$  para cualquier número real  $x$ . ¿Cuál es el valor de  $f(5)$ ?

A) 7      B) 13      C) 31      D) 11      E) 131

**21** Considera las progresiones aritméticas 2001, 2008, 2015, ... y 1999, 2008, 2017, .... ¿Cuál es el siguiente número, después del 2008, que aparece en las dos?

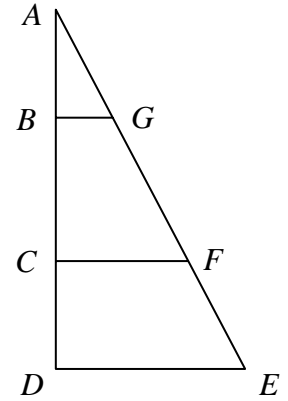
- A) 2080    B) 2078    C) 2071    D) 2106    E) 2134

**22** ¿Cuál es el mayor número que al dividirlo entre 2008 nos da que el cociente es igual que resto?

- A) 4034072    B) 4018    C) 4030054    D) 4032063    E) 2009

**23** En la figura adjunta los segmentos de longitudes  $BG$ ,  $CF$  y  $DE$  son paralelos. Si  $AG = 3$ ,  $GF = 4$ ,  $FE = 3$ ,  $DE = 5$ ,  $BG = x$  y  $CF = y$ , ¿cuánto vale  $x + y$ ?

- A) 3    B) 4    C) 5    D) 6    E) 7



**24** Si  $y = \frac{x}{x + \frac{x}{x+y}}$ , ¿para cuál de los valores siguientes de  $x$  resulta que  $y$  no es un número real?

- A) -6    B) -3    C) 1    D) 3    E) 6

**25** Los puntos  $X$  e  $Y$  son los centros de dos círculos de radio 1 cm. Si el área de la región  $P$  es la misma que el área de la región  $Q$ , la longitud del segmento  $XY$ , en cm, es igual a:

- A) 1,5    B)  $\frac{\pi}{4}$     C)  $\frac{\pi}{2}$     D) 1,4    E) 1,6

