

XII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: Día 19 de abril de 2008

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 En la figura adjunta. OEF es un triángulo rectángulo y $ABCD$ es un cuadrado. Si $OA = 48$ y $OD = 36$, EF es igual a:

A) 176 B) 180 C) 185 D) 188 E) 190

- 2 ¿Cuántos números de 4 cifras verifican que la suma de la cifra de las unidades, la cifra de las decenas y el número formado por las dos primeras cifras es igual al número formado por las dos últimas cifras?

A) 10 B) 45 C) 50 D) 80 E) 90

- 3 Si $a + b + c = 7$ y $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$, ¿cuál es el valor de $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{9}{7}$ C) $\frac{10}{7}$ D) $\frac{17}{10}$ E) $\frac{19}{10}$

- 4 En un grupo de 1º de Bachillerato hay al menos 28 estudiantes. El número de chicos es estrictamente superior al doble de la diferencia entre el número de chicas y 12. El número de chicas es estrictamente superior a 9 veces la diferencia entre el número de chicos y 10. ¿Cuál es la diferencia entre el número de chicas y el número de chicos?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

- 5 Si $S = (x + 20) + (x + 21) + (x + 22) + \dots + (x + 100)$ siendo x un entero positivo, ¿cuál es el menor valor de x para el que S es un cuadrado perfecto?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 8 E) 64

- 6 Entre los números $1, 2, 3, \dots, 2008$ elegimos 4 al azar a, b, c y d , pudiendo aparecer números repetidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número $a \cdot d - b \cdot c$ sea par?

A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{7}{16}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{9}{16}$ E) $\frac{5}{8}$

- 7 Los doce lados del polígono de la figura son de igual longitud, 4, y cualesquiera dos consecutivos se cortan en ángulo recto. ¿Cuál es el área del cuadrilátero $ABCM$?

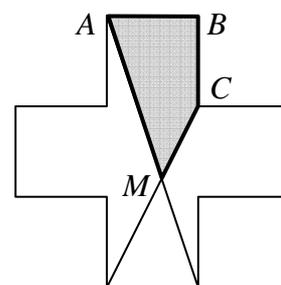
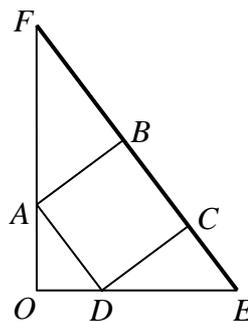
A) $\frac{44}{3}$ B) 16 C) $\frac{88}{5}$ D) 20 E) $\frac{62}{3}$

- 8 Diego se encuentra en un cierto punto en el camino entre su casa y el parque. Quiere ir al parque y no sabe si ir directamente o ir a casa, coger la bicicleta e ir en bicicleta al parque. Si en bicicleta va 7 veces más rápido que a pie y las dos opciones le llevan igual cantidad de tiempo, ¿cuál es el cociente entre la distancia a casa y la distancia al parque desde el punto en el que se encuentra?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{7}$

- 9 El radio de la circunferencia circunscrita a un triángulo cuyos lados están en la relación $3 : 4 : 5$ es 3. ¿Cuál es el área de dicho triángulo?

A) 5π B) 12 C) 8,64 D) 17,28 E) 18

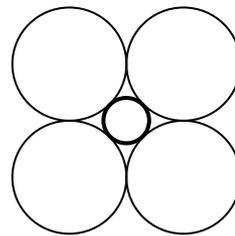


- 10** En el interior de un triángulo equilátero señalamos un punto P que dista 1, 2 y 3 de cada uno de los tres lados del triángulo. ¿Cuál es la longitud del lado de dicho triángulo?

A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 9

- 11** Un círculo de radio 1 está rodeado por 4 círculos de radio r como se muestra en la figura. ¿Cuál es el valor de r ?

A) $\sqrt{2}$ B) $1 + \sqrt{2}$ C) $\sqrt{6}$ D) 3 E) $2 + \sqrt{2}$

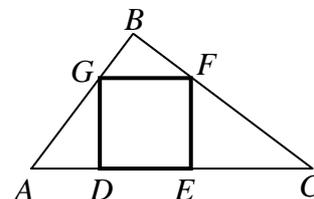


- 12** Cortamos una pirámide cuadrangular regular por un plano paralelo a la base y que dista 2 cm de ella. Si el área lateral de la pirámide que queda arriba es la mitad del área lateral de la pirámide original, ¿cuánto mide, en cm, la altura de ésta?

A) 2 B) $2 + \sqrt{2}$ C) $1 + 2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4 + 2\sqrt{2}$

- 13** En el triángulo rectángulo ABC de la figura, $AB = 3$ y $BC = 4$. Si el cuadrilátero $DEFG$ es un cuadrado, ¿cuánto mide su lado?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{60}{37}$ C) $\frac{12}{7}$ D) $\frac{23}{13}$ E) 2

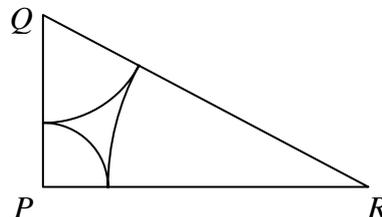


- 14** Sea n el menor entero positivo divisible por 36 y que, escrito en notación usual, sólo tiene cuatros y nueves, al menos uno de cada. ¿Cuáles son las cuatro últimas cifras de n ?

A) 4444 B) 4494 C) 4944 D) 9444 E) 9944

- 15** En el triángulo rectángulo PQR de la figura, con $QR = 17$ cm y $PR = 15$ cm, hemos dibujado, con centros en P , Q y R los arcos que ves, de forma que cada uno toca a los otros dos. ¿Cuál es, en cm, el radio del arco con centro R ?

A) 10 B) 10,5 C) 11 D) 11,5 E) 12

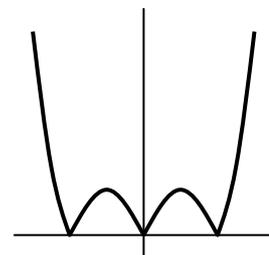


- 16** ¿Cuál es el valor de la siguiente suma: $2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^4 + \dots + 10 \cdot 2^{10}$?

A) $9 \cdot 2^{11}$ B) $10 \cdot 2^{11}$ C) $11 \cdot 2^{10}$ D) $11 \cdot 2^{11}$ E) $10 \cdot 2^{12}$

- 17** ¿Cuántas funciones continuas $y = f(x)$ hacen que la gráfica de $y = |f(x)|$ sea la de la figura?

A) 16 B) 12 C) 8 D) 4 E) 2



- 18** ¿Cuántos números de 12 a 12345, ambos incluidos, están formados por dígitos consecutivos y en orden creciente leídos de izquierda a derecha?

A) 10 B) 13 C) 18 D) 22 E) 25

- 19** El año 2003 fue el último año primo y el próximo es 2011. ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene 2011^{2011} más que 2003^{2003} ?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 8 E) 2007

- 20 El precio de 5 peras, 3 naranjas y 2 melones es 3,18 € y el de 4 peras, 8 naranjas y 3 melones es 4,49 €. ¿Cuántos céntimos de euro es más cara una pera que una naranja?

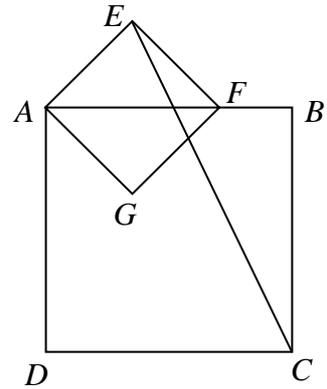
A) 8 B) 7 C) 6 D) 5

E) Falta información

- 21 El cuadrado $ABCD$ de la figura mide 4 cm de lado y el cuadrado $AEFG$, 2 cm de lado. ¿Cuál es, en cm, la longitud de CE ?

A) 5 B) $5 + \sqrt{2}$ C) 6 D) 7

E) $4 + 2\sqrt{2}$



- 22 En una clase de 25 estudiantes hay 7 zurdos. Si elegimos al azar 2 estudiantes, ¿cuál es la probabilidad de que ambos sean zurdos?

A) $\frac{7}{15}$ B) $\frac{21}{50}$ C) $\frac{7}{100}$ D) $\frac{18}{25}$ E) $\frac{7}{25}$

- 23 Lanzamos dos dados y anotamos la diferencia entre los números que aparecen. ¿Qué diferencia es la más probable?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 o más

- 24 Una escalera está apoyada en la pared formando un ángulo de 60° con el suelo. Si alejamos el punto de apoyo en el suelo 1 m de la pared, entonces la escalera forma un ángulo de 45° con el suelo. ¿Cuál es, en m, la longitud de la escalera?

A) $\sqrt{2} + 1$ B) $2(\sqrt{2} + 1)$ C) $\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1}$ D) $\sqrt{5}$ E) $\frac{2}{\sqrt{2} + 1}$

- 25 En julio de este año se celebrará en Madrid la XLIX Olimpiada Matemática Internacional en la que participan chicos y chicas de entre 15 y 18 años de 108 países. Pues a propósito de 49: si la suma de 49 enteros positivos consecutivos acaba en 2, ¿en qué cifra acaba el menor de dichos números?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 0