

XIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS



1ª FASE: Día 4 de marzo de 2009

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCAN:

Asociación Matemática "Concurso de Primavera"
Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid

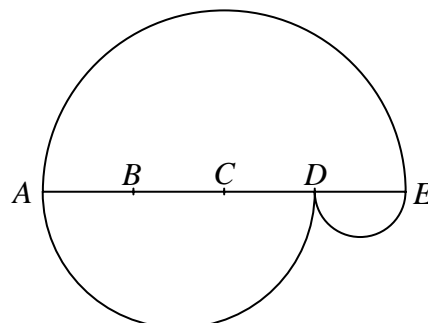
www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

- 1 Ana, Beatriz y Carlos tienen en total 30 monedas. Si Carlos le da cuatro monedas a Ana, Beatriz cinco a Carlos y Ana dos a Beatriz, resulta que los tres tienen las mismas monedas. ¿Cuántas monedas tenía Ana al principio?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

- 2 Los puntos B , C y D dividen al segmento AE en cuatro partes iguales. ¿Cuál es el cociente entre las longitudes de los caminos de A a E siguiendo, por una parte, la semicircunferencia de diámetro AE y por otra, las dos semicircunferencias de diámetros AD y DE ?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 2 D) $\frac{3}{2}$
E) 1

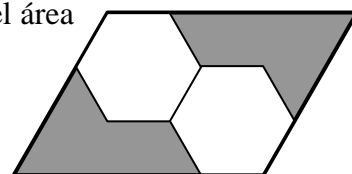


- 3 Si todos los lados del pentágono convexo $ABCDE$ son de igual longitud y los ángulos en A y B son rectos, ¿cuál es la medida del ángulo en E ?

A) 90° B) 108° C) 120° D) 135° E) 150°

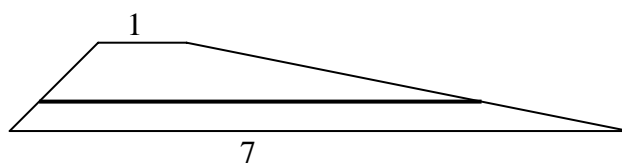
- 4 Si los dos hexágonos de la figura son regulares, ¿qué fracción del área del paralelogramo está sombreada?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{5}{12}$



- 5 En un trapecio de bases 1 y 7 cm y altura 1 cm, trazamos un segmento paralelo a las bases que divide al trapecio en dos trapecios de igual área. ¿Cuál es la medida, en cm, de ese segmento?

A) 4 B) 4,5 C) 5 D) 5,5 E) 6



- 6 Los lados del triángulo ABC tienen de longitud $AB = 5$, $BC = 6$ y $AC = 7$. Dos hormigas parten simultáneamente del punto A y recorren a la misma velocidad el borde del triángulo en direcciones distintas. Si se encuentran nuevamente en un punto D , ¿cuál es la distancia de A a D ?

A) $\sqrt{33}$ B) $\sqrt{34}$ C) $\sqrt{35}$ D) 6 E) $\sqrt{37}$

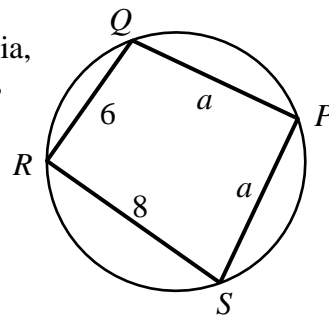
- 7 La edad de Juan, t años, es la suma de las edades de sus tres hijos. Si hace n años su edad era el doble de la suma de las edades de sus hijos, ¿cuánto vale el cociente $\frac{t}{n}$?

A) 2 B) $\frac{11}{3}$ C) 4 D) $\frac{25}{6}$ E) 5

- 8 A partir de un cuadrado de lado 1 dibujamos todos los cuadrados posibles que tienen al menos dos vértices en común con él. ¿Cuál es el área de la superficie cubierta por todos esos cuadrados?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

- 9 El cuadrilátero $PQRS$ de la figura está inscrito en una circunferencia, tiene ángulos rectos en P y en R , dos de sus lados son iguales y los otros dos miden 6 y 8 cm. ¿Cuánto mide la tangente de su ángulo en Q ?
- A) -7 B) $\frac{-3}{4}$ C) $\frac{-12}{7}$ D) $\frac{-5}{4}$
E) -5



- 10 La suma de los divisores de 10^6 es:
- A) $\frac{10^7 - 1}{9}$ B) $\frac{2^7 \cdot 5^7 - 1}{9}$ C) $\frac{(2^7 - 1) \cdot (5^7 - 1)}{4}$ D) $\frac{2^7 + 5^7 - 1}{6}$ E) $3125 \cdot (2^7 - 1)$

- 11 El área de un octógono regular de lado a es:
- A) $2\sqrt{2} \cdot a^2$ B) $(2 + \sqrt{2}) \cdot a^2$ C) $(4 - \sqrt{2}) \cdot a^2$ D) $(1 + 2\sqrt{2}) \cdot a^2$ E) $(2 + 2\sqrt{2}) \cdot a^2$

- 12 En la igualdad $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ se sabe que x y y son enteros. ¿Cuál es el valor de x ?
- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

- 13 ¿Cuánto vale la suma $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 357^\circ + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$?
- A) 2 B) 1 C) 0 D) -1 E) 2

- 14 Un semáforo tiene el siguiente ciclo: durante 30 segundos permanece verde, luego está amarillo 3 segundos y finalmente, rojo durante otros 30 segundos. Alicia permanece durante tres segundos observando el semáforo desde su casa. ¿Cuál es la probabilidad de que el semáforo cambie de color durante esos tres segundos?

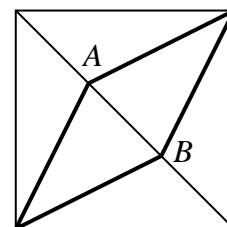
- A) $\frac{8}{63}$ B) $\frac{5}{21}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{7}$ E) $\frac{1}{3}$

- 15 La suma de los términos de la progresión geométrica decreciente e ilimitada: $a, a \cdot r, a \cdot r^2, \dots$ es 7 y la progresión que sólo tiene potencias impares de r : $a \cdot r, a \cdot r^3, a \cdot r^5, \dots$ suma 3. ¿Cuál es el valor de $a + r$?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

- 16 Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , el lado del rombo de la figura, en cm, es:

- A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 4 E) $\sqrt{26}$



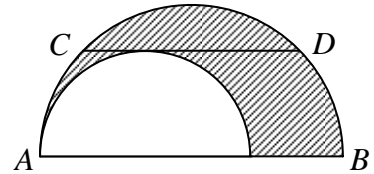
- 17 Sean a, b y c dígitos con $a \neq 0$ y n un número natural. Los enteros de tres cifras abc y acb dividen al intervalo $[n^2, (n+1)^2]$ en tres partes iguales. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

- A) 10 B) 13 C) 16 D) 18 E) 21

18 El paralelogramo limitado por las rectas $y = ax + c$, $y = ax + d$, $y = bx + c$, $y = bx + d$, tiene área 18 y el limitado por las rectas $y = ax + c$, $y = ax - d$, $y = bx + c$, $y = bx - d$, tiene área 72. Si a, b, c, d son enteros positivos, ¿cuál es el menor valor posible para $a + b + c + d$?

- A) 13 B) 14 C) 15 D) 16 E) 17

19 En la figura adjunta se observan dos semicircunferencias tangentes en A, siendo la cuerda CD de la mayor paralela al diámetro AB y tangente a la menor. Si $CD = 4$, ¿cuál es el área rayada?



- A) π B) $\frac{3}{2}\pi$ C) 2π D) 3π
E) Falta información

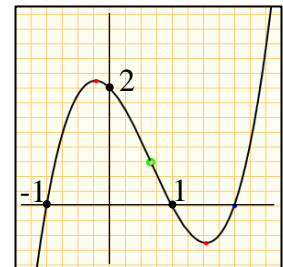
20 Orlando, Pedro y Quino tiran, en ese orden, un dado. Si Orlando obtiene 1, 2 ó 3 gana; si no obtiene esa puntuación tira Pedro que gana si saca 4 ó 5, y si no ha ocurrido nada de eso, tira Quino, que gana si obtiene 6. Así continúan, en ese orden, hasta que gane alguno. ¿Cuál es la probabilidad de que gane Quino?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{11}$ D) $\frac{1}{13}$ E) $\frac{1}{17}$

21 ¿Cuál es el valor del ángulo agudo de un rombo de lado c , si c es media geométrica de las diagonales?

- A) 15° B) 30° C) 45° D) 60° E) 75°

22 La figura adjunta muestra la gráfica de la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. ¿Cuánto vale b ?



- A) -4 B) -2 C) 0 D) 2
E) 4

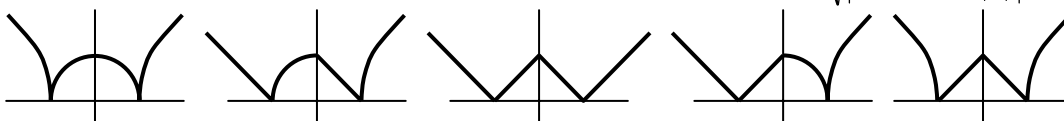
23 Si a es un número entero y b es un número positivo con $a \cdot b = \log_{10}(b)$ ¿Cuál es la mediana del conjunto $\left\{0, 1, a, b, \frac{1}{b}\right\}$?

- A) 0 B) 1 C) a D) b E) $\frac{1}{b}$

24 ¿Cuántos triángulos rectángulos hay en los que las medidas de los catetos vienen dadas por números enteros y el número que expresa su área es el triple del que expresa su perímetro?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

25 ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a la función $f(x) = \sqrt{(1+x)(1-|x|)}$?



- A) B) C) D) E)