

XIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS



2ª FASE: Día 25 de abril de 2009

NIVEL IV (1º y 2º de Bachillerato)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

ORGANIZA:

Asociación Matemática "Concurso de Primavera"

COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid

Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

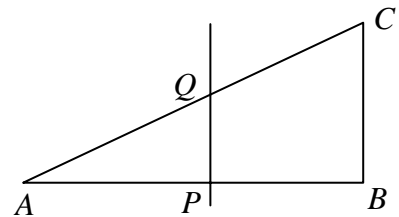
1 ¿Para cuántos enteros n es $\frac{n}{20-n}$ el cuadrado de un entero?

- A) 1 B) 4 C) 7 D) 8 E) 9

2 Si $x \neq 0$ y $x \neq 1$, entonces $\frac{x-1-\frac{x-1}{x}}{\frac{1}{x-1}+1}$ es igual a:

- A) $\frac{(x-1)^3}{x^2}$ B) $\frac{(x^2-2x-1)(x-1)}{x^2}$ C) $x-1$ D) $(x-1)^3$ E) Nada de lo anterior

3 En el triángulo rectángulo ABC de la figura, el cateto AB tiene de longitud 3. Por el punto p , trazamos una paralela a BC que corta a la hipotenusa AC en el punto Q . Si el área del trapecio $PBCQ$ es el doble que el área del triángulo PQA , entonces, AP es igual a:



- A) 1 B) 2 C) $\sqrt{3}$ D) 3 E) $\sqrt{5}$

4 Si x y y son cualesquiera números reales positivos, ¿cuántas de las afirmaciones siguientes son verdaderas? (Designamos por Q el conjunto de los números racionales)

I: $x^2 \notin Q \Rightarrow x \notin Q$

II: $x \in Q \Rightarrow \sqrt{x} \notin Q$

III: $x \in Q, y \notin Q \Rightarrow xy \notin Q$

IV: $x \notin Q, y \notin Q \Rightarrow xy \notin Q$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5 Si $2 < a < 3$, entonces $|a-1| - |a-2| + |a-3| =$

- A) -2 B) a C) $-a$ D) $4-a$ E) $3a-6$

6 La suma de 100 números es 1000. Si aumentamos cada número en 20, luego multiplicamos por 5 cada uno de los obtenidos y, finalmente a cada uno de los resultados le restamos 20, la suma de los 100 nuevos números es:

- A) 5 000 B) 5 080 C) 5 800 D) 6 500 E) 13 000

7 Para cada entero positivo n , sea $f(n) = \log_{2009}(n^2)$. Si $T = 2f(7) + f(41)$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- A) $T < 1$ B) $T = 1$ C) $1 < T < 2$ D) $T = 2$ E) $T > 2$

8 El polinomio $P(x) = a_{2009}x^{2009} + a_{2008}x^{2008} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ corta 2009 veces al eje de abscisas, una de las cuales es en el punto $(0, 0)$. ¿Cuál de los siguientes coeficientes no puede ser cero?

- A) a_4 B) a_3 C) a_2 D) a_1 E) a_0

19 Considera la sucesión de números 4, 7, 1, 8, 9, 7, 6,... Para $n > 2$, el n -ésimo término de la sucesión es el dígito de las unidades de la suma de los dos anteriores. Si S_n representa la suma de los n primeros términos de esta sucesión, ¿cuál es el menor valor de n para el que $S_n > 10\,000$?

- A) 1979 B) 1989 C) 1999 D) 2009 E) 2019

20 Don Ramón nos asegura que los números a y b son positivos, que los tres números $(1, a, b)$ forman una progresión geométrica y que los tres números $(a, b, 3)$ forman una progresión aritmética. ¿Cuánto vale la suma $a + b$?

- A) $\frac{15}{4}$ B) 5 C) $\frac{15}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$

21 Una pareja muy particular de dados trucados verifica que las probabilidades de obtener 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en cada uno de ellos están en la relación 1:2:3:4:5:6. ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 7 al tirarlos?

- A) $\frac{4}{63}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{8}{63}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{7}$

22 En un triángulo en el que la longitud de cada lado viene dada por un número entero, un lado es el triple de largo que otro, siendo 15 la longitud del tercer lado. ¿Cuál es el mayor valor posible para el perímetro?

- A) 43 B) 44 C) 45 D) 46 E) 47

23 Sea x un número elegido al azar en el intervalo $(0, 1)$. ¿Cuál es la probabilidad de que $[\log_{10} 4x] - [\log_{10} x] = 0$? ($[a]$ representa el mayor entero menor o igual que a)

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{20}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{4}$

24 En el interior del pentágono de vértices $A(0, 2)$, $B(4, 0)$, $C(2\pi + 1, 0)$, $D(2\pi + 1, 4)$, $E(0, 4)$, seleccionamos al azar un punto P . ¿Cuál es la probabilidad de que el ángulo APB sea obtuso?

- A) $\frac{1}{5}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{5}{16}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{1}{2}$

25 El punto M es el centro de la semicircunferencia de la figura, en la que se muestran algunos ángulos. ¿Cuál es el valor del ángulo señalado con x ?

- A) 50° B) 51° C) 52°
D) 53° E) 54°

