



XVII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 20 de abril de 2013

NIVEL IV (Bachillerato)

iii Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	1 punto
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Librería Aviraneta
Libros Guijarro

- 1** ¿Cuántos primos de dos cifras cumplen además que sus cifras son números primos?
(Por ejemplo, 23 sería uno de ellos, pero 71 no, pues 1 no es primo)
- A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 15
- 2** Tengo seis pares de calcetines, de diferente color cada par, estando los doce calcetines sueltos guardados en un cajón. ¿Cuántos calcetines debo sacar, como mínimo, del cajón para asegurar que me puedo poner un par del mismo color?
- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 11
- 3** En la primera fase de un concurso de matemáticas, la media de las puntuaciones fue de 76 sobre 100. La nota media de los estudiantes que se clasificaron para la segunda fase fue de 83 y la media de los que no se clasificaron fue de 55. ¿Qué porcentaje de los estudiantes se clasificó para la segunda fase?
- A) 44% B) 66% C) 68% D) 72% E) 75%
- 4** ¿Qué número es $\sqrt{10-4\sqrt{6}} - \sqrt{10+4\sqrt{6}}$?
- A) -1 B) -4 C) $-2\sqrt{6}$ D) $-\sqrt{8\sqrt{6}}$ E) $-8\sqrt{6}$
- 5** En el triángulo de lados $AB = 24$, $BC = 7$ y $AC = 25$, ¿cuál es la longitud de la mediana que parte de C ?
- A) 10 B) $\sqrt{139}$ C) 12 D) $\sqrt{193}$ E) 16
- 6** Si las dos raíces de la ecuación $x^2 - 85x + c = 0$ son números primos, ¿cuál es la suma de las cifras de c ?
- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 21
- 7** Si $\operatorname{sen} x + \operatorname{cos} x = \frac{1}{2}$, ¿cuánto vale $\operatorname{sen}^3 x + \operatorname{cos}^3 x$?
- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{5}{16}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{11}{16}$
- 8** ¿Cuál es el mayor entero n para el que $\frac{n^2 - 38}{n + 1}$ es entero?
- A) 36 B) 38 C) 72 D) 76 E) -2
- 9** Una circunferencia pasa por dos vértices contiguos de un cuadrado de lado 2 y es tangente al lado opuesto. ¿Cuál es su radio?
- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$
- 10** Para cada entero positivo n definimos $S(n)$ como la suma de los divisores de n . Así pues $S(8) = 1 + 2 + 4 + 8 = 15$. ¿Cuál de los siguientes números es el más pequeño?
- A) $S(2010)$ B) $S(2011)$ C) $S(2012)$ D) $S(2013)$ E) $S(2014)$

11 ¿Cuántos términos de la sucesión 1, 4, 7, 10, 13, 16, ... tienen menos de cinco cifras?

- A) 3003 B) 3331 C) 3332 D) 3333 E) 3524

12 En una lista de seis números, el primero es 4 y el último 47, siendo cada número, a partir del tercero la suma de los dos precedentes. Si S es la suma de los seis números de la lista, S está en el intervalo:

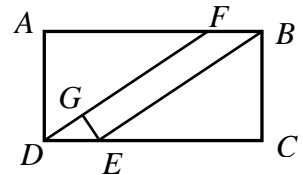
- A) [51, 90] B) [91, 100] C) [101, 110] D) [111, 120] E) [121, 160]

13 El perímetro de un rectángulo es x cm y el cociente de sus dos longitudes es $\frac{a}{b}$ con $a > b$.

¿Cuál es la longitud, en cm, del lado más corto?

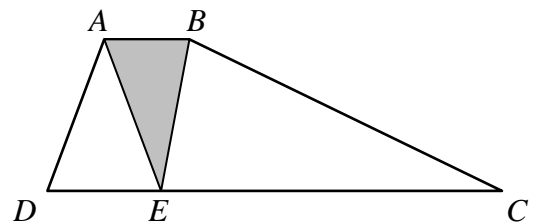
- A) $\frac{bx}{a+b}$ B) $\frac{x}{2} - 2a$ C) $\frac{2bx}{a+b}$ D) $\frac{ax}{2(a+b)}$ E) $\frac{bx}{2(a+b)}$

14 En el rectángulo de la figura, de dimensiones 12 y 6, los segmentos DF y BE son paralelos y EG es perpendicular a ambos. Si el área del paralelogramo $DEBF$ es 12, la longitud de EG es:



- A) $\frac{3\sqrt{34}}{17}$ B) $\frac{2\sqrt{34}}{34}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) Nada de lo anterior

15 El área del trapecio $ABCD$ de la figura es 18, $AB = 4$ y $DE = \frac{1}{4}DC$. Si la altura del trapecio es un entero y el lado DC es un entero impar, el área del triángulo ABE es:



- A) 9 B) 6 C) $\frac{18}{5}$ D) 8 E) Nada de lo anterior

16 Si $\operatorname{tg} x = 3$, siendo $0 \leq x \leq 90^\circ$, entonces:

- A) $0^\circ \leq x < 30^\circ$ B) $30^\circ \leq x < 45^\circ$ C) $45^\circ \leq x < 60^\circ$
D) $60^\circ \leq x < 75^\circ$ E) $75^\circ \leq x < 90^\circ$

17 ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación $x = 10 \cdot \cos x$?

- A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 10

18 El valor de $25^{\frac{1}{2} - \log_5 \sqrt{2}}$ es:

- A) $\frac{5}{2}$ B) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ C) $5 - \sqrt{2}$ D) $\frac{5}{2\sqrt{2}}$ E) 3

19 ¿Cuántos puntos tienen en común las gráficas de $y = |x|$ e $y = |x^2 - 4|$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

20 La distancia más corta entre un punto de la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$ y otro de la circunferencia $x^2 + y^2 - 12x + 6y + 41 = 0$ es:

- A) $3\sqrt{5} - 5$ B) $3\sqrt{5}$ C) $3\sqrt{5} - 1$ D) 5 E) 1

21 ¿Cuál es el mínimo valor que toma la función $f(x) = 2^{x^2-2x}$?

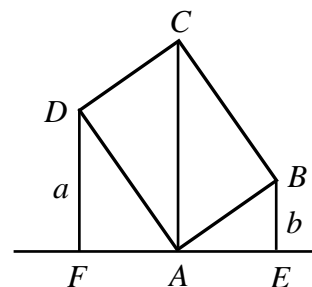
- A) $\frac{1}{2}$ B) -1 C) 0 D) 2 E) 1

22 El menor entero positivo x para el que la suma $x + 2x + 3x + \dots + 100x$ es un cuadrado perfecto es:

- A) 100 B) 101 C) 202 D) 5050 E) Nada de lo anterior

23 En la figura que observas, $ABCD$ es un rectángulo y los segmentos DF , BE y CA son perpendiculares a la recta FE . Si $DF = a$ y $BE = b$, la longitud FE es:

- A) $a + b$ B) $2\sqrt{ab}$ C) $\sqrt{2a^2 + 2b^2}$
 D) $\frac{2a + 4b}{3}$ E) Nada de lo anterior



24 ¿Cuál es el valor de $\log(\operatorname{tg} 1^\circ) + \log(\operatorname{tg} 2^\circ) + \dots + \log(\operatorname{tg} 88^\circ) + \log(\operatorname{tg} 89^\circ)$?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) $\log \frac{\pi}{2}$ E) $\log \frac{\pi}{4}$

25 En la figura se observa un triángulo rectángulo ABC con $\hat{A} = 32^\circ$ y un cuadrado de centro P y que comparte el lado AB con el triángulo. ¿Cuánto mide el ángulo \widehat{PCB} ?

- A) 32° B) 44° C) 45°
 D) 48° E) 58°

