



XVIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 5 de abril de 2014

NIVEL IV (Bachillerato)

iii Lee detenidamente estas instrucciones !!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

Cada respuesta correcta te aportará	5 puntos
Cada pregunta que dejes en blanco	1 punto
Cada respuesta errónea	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** **X** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Smartick
Libros Guijarro

1 ¿Cuál es el cuarto término de la progresión geométrica $\sqrt{7}, \sqrt[3]{7}, \sqrt[4]{7}, \dots$?

- A) $\sqrt[3]{7}$ B) $\sqrt[12]{7}$ C) $\sqrt[5]{7}$ D) $\sqrt[10]{7}$ E) 1

2 Las longitudes de los lados de un triángulo, expresadas en cm, son los enteros 13, x , y . Si el producto $x \cdot y$ es 105, ¿cuál es, en cm, el perímetro del triángulo?

- A) 119 B) 69 C) 51 D) 39 E) 35

3 De los siguientes números, ¿cuál puede ser el número de aristas de un prisma?

- A) 6 B) 2010 C) 2012 D) 2014 E) 2015

4 La gráfica formada por los puntos (x, y) tales que $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ es:

- A) El conjunto vacío B) Un punto C) Un par de rectas
D) Una circunferencia E) Todo el plano

5 La solución de la ecuación $25^{-2} = \frac{5^x}{5^x \cdot 25^x}$ es:

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 9

6 ¿Qué número de los siguientes es un cuadrado perfecto?

- A) $98! \cdot 99!$ B) $98! \cdot 100!$ C) $99! \cdot 100!$ D) $99! \cdot 101!$ E) $100! \cdot 101!$

7 ¿Cuántos números de dos cifras, \overline{ab} , verifican que $3 \cdot \overline{ab} < \overline{ba}$?

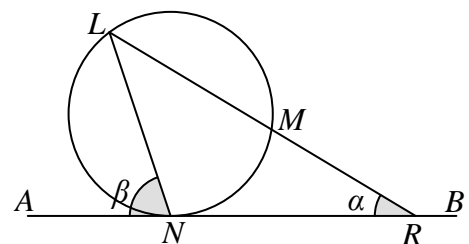
- A) 6 B) 7 C) 8 D) 15 E) 22

8 Los enteros positivos a , b y c verifican: $a \cdot b \cdot c = 240$, $a \cdot c + b = 46$, $a + b \cdot c = 64$. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$?

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 24 E) 36

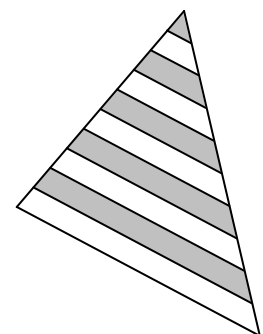
9 La circunferencia de la figura es tangente a la recta AB en el punto N . Las cuerdas LN y LM tienen la misma longitud. La prolongación de la cuerda LM corta a AB en el punto R . ¿Cuál de las siguientes expresiones verifican los ángulos α y β de la figura?

- A) $180^\circ + \alpha = 3\beta$ B) $\alpha + 2\beta = 180^\circ$
C) $\alpha + \beta = 180^\circ$ D) $2\alpha + \beta = 180^\circ$ E) $\alpha = \beta$



10 El triángulo de la figura lo hemos dividido en nueve trapecios y un triángulo, todos de la misma altura. ¿Qué porcentaje del área del triángulo está sombreada?

- A) 41,75% B) 42,5% C) 45% D) 46,5% E) 47%



11 ¿Cuál es el área del hexágono regular $ABCDEF$ si $A(0, 0)$ y $C(7, 1)$?

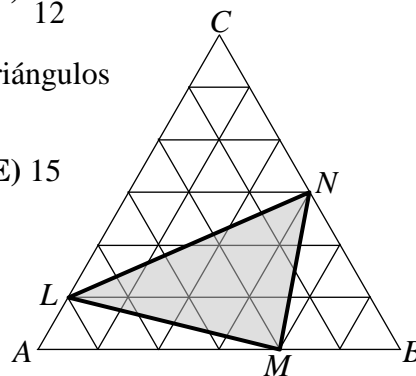
- A) $20\sqrt{3}$ B) $22\sqrt{3}$ C) $25\sqrt{3}$ D) $27\sqrt{3}$ E) 50

- 12** Al lanzar un dado, con sus caras numeradas del 1 al 6, tres veces consecutivas, resulta que el número obtenido en el tercer lanzamiento es igual a la suma de los números obtenidos en los dos primeros lanzamientos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número 2 no haya aparecido en ninguno de los tres lanzamientos?

A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{125}{216}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{7}{15}$ E) $\frac{5}{12}$

- 13** El triángulo equilátero ABC de la figura está dividido en 36 triángulos equiláteros de área 1. ¿Cuál es el área del triángulo LMN ?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

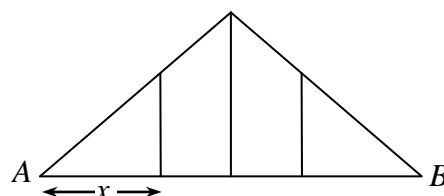


- 14** ¿Cuántos números N de cuatro cifras verifican que al borrar en N la cifra de las unidades de millar se obtiene otro número de tres cifras que es un noveno de N ?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 15** En el triángulo isósceles de la figura el lado desigual es $AB = 12$ y está dividido en cuatro polígonos de igual área por segmentos perpendiculares al lado AB . ¿Cuál es el valor de x ?

A) $3\sqrt{2}$ B) 4 C) 4,5
D) $3\sqrt{3}$ E) 3



- 16** La suma de la progresión geométrica decreciente ilimitada a, ar, ar^2, \dots es 7 y la suma de la progresión obtenida considerando solamente los términos con exponente impar de r , es 3. ¿Cuál es el valor de $a + r$?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{12}{7}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

- 17** Sea P un punto del interior del triángulo equilátero ABC y Q, R y S los pies de las perpendiculares desde P a los lados AB, BC y CA , respectivamente.

Si $PQ = 1, PR = 2$ y $PS = 3$, la longitud AB es igual a:

A) 4 B) $3\sqrt{3}$ C) 6 D) $4\sqrt{3}$ E) 9

- 18** Un trozo de queso está situado en el punto $(12, 10)$ de un sistema de coordenadas. Un ratón se mueve a lo largo de la recta $y = 18 - 5x$ y, cuando está convencido de que se encuentra lo más cerca posible del queso, se para. Si se para en el punto (a, b) , el valor de $a + b$ es:

A) 6 B) 10 C) 14 D) 18 E) 22

- 19** Las longitudes de los lados de un triángulo son proporcionales a los números 3, 4 y 5. Si dicho triángulo está inscrito en un círculo de radio 3, ¿cuál es el área del triángulo?

A) 8,64 B) 12 C) 5π D) 17,28 E) 18

- 20** La probabilidad de obtener 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en un determinado dado es proporcional a los números 1, 2, 3, 4, 5 y 6, respectivamente. ¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 7 al lanzar dos veces ese dado?
- A) $\frac{4}{63}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{8}{63}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{7}$
- 21** Si el vértice de la parábola $y = ax^2 + bx + c$ es el punto (t, t) y el punto de corte de la parábola con el eje de ordenadas es el punto $(0, -t)$, con $t \neq 0$, el valor de b es:
- A) $-t$ B) 0 C) 2 D) 4 E) t
- 22** La suma de 18 enteros positivos consecutivos es un cuadrado perfecto. ¿Cuál es el menor valor posible para esta suma?
- A) 169 B) 225 C) 289 D) 361 E) 441
- 23** ¿Para cuántos números reales x se verifica que $\sqrt{120 - \sqrt{x}}$ es un número entero?
- A) 3 B) 6 C) 9 D) 10 E) 11
- 24** Si $\cos x = 0$ y z es un número positivo tal que $\cos(x + z) = \frac{1}{2}$, el menor valor posible para z , en radianes, es:
- A) $\frac{\pi}{6}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{8}$ D) $\frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{\pi}{9}$
- 25** En el trapecio $ABCD$ de bases AB y CD , E es el punto medio de BC y F el punto medio de DA . Si el área del cuadrilátero $ABEF$ es el doble del área del cuadrilátero $FECD$, el cociente $\frac{AB}{DC}$ es igual a:
- A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 8