

DERIVADAS

Reglas de derivación:

*Derivada de una suma o diferencia de funciones: $(f + g)'(x) = [f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$

*Derivada de un producto de funciones: $(f \cdot g)'(x) = [f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

*Derivada de un cociente de funciones: $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$

*Derivada de una composición de funciones (regla de la cadena): $(f \circ g)'(x) = [f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Derivada de funciones elementales

$$f(x) = k \Rightarrow f'(x) = 0$$

$$f(x) = \cos x \Rightarrow f'(x) = -\operatorname{sen} x$$

$$f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = \ln x \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \operatorname{sen} x \Rightarrow f'(x) = \cos x$$

$$f(x) = e^x \Rightarrow f'(x) = e^x$$

Derivación logarítmica

Cuando tenemos que derivar una función del tipo $y = a^{f(x)}$ o $y = f(x)^{g(x)}$ es muy útil tomar logaritmos en la igualdad, convertir la potencia en producto y luego derivar.

Ejemplos:

$$\begin{aligned} y = 2^{\operatorname{sen} x} &\Rightarrow \ln y = \ln 2^{\operatorname{sen} x} \Rightarrow \ln y = \operatorname{sen} x \cdot \ln 2 \Rightarrow (\ln y)' = (\operatorname{sen} x \cdot \ln 2)' \Rightarrow \frac{1}{y} \cdot y' = \cos x \cdot \ln 2 \Rightarrow y' = \cos x \cdot \ln 2 \cdot y \\ &\Rightarrow y' = \ln 2 \cdot \cos x \cdot 2^{\operatorname{sen} x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = (\cos x)^{x^2} &\Rightarrow \ln y = \ln (\cos x)^{x^2} \Rightarrow \ln y = x^2 \cdot \ln (\cos x) \Rightarrow (\ln y)' = (x^2 \cdot \ln (\cos x))' \Rightarrow \frac{y'}{y} = 2x \cdot \ln (\cos x) + x^2 \cdot \frac{-\operatorname{sen} x}{\cos x} \\ &\Rightarrow y' = [2x \cdot \ln (\cos x) - x^2 \cdot \operatorname{tg} x] \cdot y \Rightarrow y' = [2x \cdot \ln (\cos x) - x^2 \cdot \operatorname{tg} x] \cdot (\cos x)^{x^2} \end{aligned}$$

Calcula la derivada de las siguientes funciones

1 $f(x) = 3x^5 - 2x^3 + 3x - 7$ 2 $f(x) = x^3 - x$ 3 $f(x) = 3\operatorname{sen} x - 2x$

4 $f(x) = x^2 - \cos x + 1$ 5 $f(x) = 4 \cdot e^x - e \cdot x^4$ 6 $f(x) = \ln x - \frac{1}{x}$

7 $f(x) = \frac{4x - 2}{x^2 + 2x}$ 8 $f(x) = (x^2 + 2x + 1)^4$ 9 $f(x) = (x^3 - x^2) \cdot \operatorname{sen} x + 2$

10 $f(x) = \frac{1}{1 + \cos x}$ 11 $f(x) = 1 - \operatorname{cotg} x$ 12 $f(x) = x^3 \cdot e^{-x}$

13 $f(x) = \frac{2x^2 - x}{2x + 1}$ 14 $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ 15 $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{tg} x$

16 $f(x) = \sqrt{x} + \ln x - 2$ 17 $f(x) = (x - 1)^3 \cdot e^{-x-1}$ 18 $f(x) = \operatorname{sen}^7 x - \operatorname{sen} x$

19	$f(x) = \operatorname{sen}^2 x \cdot \cos 2x$	20	$f(x) = \frac{\ln x}{1-x^2}$	21	$f(x) = \frac{5}{3+2\cos x}$
22	$f(x) = x^2 + 2^x$	23	$f(x) = (x^2 + 1) \cdot \ln x + x$	24	$f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$
25	$f(x) = \operatorname{sen}^3 2x + 2$	26	$f(x) = \operatorname{sen}^2(x^3 + 2x)$	27	$f(x) = \operatorname{tg}(2x + 1)$
28	$f(x) = e^{5x} \cdot \cos 5x$	29	$f(x) = (\ln x)^2 + \ln x + 1$	30	$f(x) = \frac{1}{(x+1)^3} - (x+1)^3$
31	$f(x) = x + \sqrt[3]{x}$	32	$f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$	33	$f(x) = \operatorname{tg} x^2 - \operatorname{tg} x + 1$
34	$f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x}$	35	$f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \ln(\cos x)$	36	$f(x) = \frac{\operatorname{tg}^2 x}{\cos^2 x}$
37	$f(x) = x^{\cos x}$	38	$f(x) = x^{\ln x} + (\ln x)^x$	39	$f(x) = (x^2 + 1)^{x^2-1}$
40	$f(x) = \sqrt{\ln(1+x^2)}$	41	$f(x) = x^3 \cdot 3^x$	42	$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 1$
43	$f(x) = \sec^3 x - 3$	44	$f(x) = \frac{1}{1+\operatorname{tg} x}$	45	$f(x) = \frac{x}{1+\ln x}$
46	$f(x) = \log_2 x + 2$	47	$f(x) = (x + \operatorname{sen} x)^2$	48	$f(x) = \frac{\ln(\operatorname{sen} x)}{\cos x}$
49	$f(x) = \operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen}^2 x$	50	$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$	51	$f(x) = \frac{1}{\sqrt[5]{3x+5}}$
52	$f(x) = 7^{\frac{x}{3}}$	53	$f(x) = \sqrt[3]{\operatorname{sen} x}$	54	$f(x) = \operatorname{sen}(\ln x)$
55	$f(x) = \frac{4}{\cos^4 x}$	56	$f(x) = \ln \sqrt{1+x^2}$	57	$f(x) = \frac{x}{\operatorname{cotg} x}$
58	$f(x) = \operatorname{tg}^3\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{x}{4}$	59	$f(x) = x^2 \cdot \ln \sqrt{x+1}$	60	$f(x) = e^{\operatorname{sen} x} \cdot \operatorname{sen} x$