Ejercicio 1.

El presupuesto del estado en educación alcanzó su nivel álgido en el año 2010, desde entonces ha tenido la siguiente evolución: año 2011 (-8,05%), año 2012 (-20,12%), año 2013 (-14,35%), año 2014 (+10,54%)

- ¿Cuál ha sido la variación porcentual acumulada del presupuesto en educación durante el quinquenio 2010 – 2014?
- Si el presupuesto para 2014 ha sido de 2.150 millones de euros, ¿cuál fue el presupuesto en los años anteriores?

Solución:

Llamamos P al presupuesto de educación del año 2010

2010 2011 2012 2013 2014

$$P \xrightarrow{-8,05\%} 0,9195\cdot P \xrightarrow{-20,12\%} (0,7988\cdot 0,9195)\cdot P \xrightarrow{-14,35\%} (0,8565\cdot 0,7988\cdot 0,9195)\cdot P \xrightarrow{+10,54\%} (1,1054\cdot 0,8565\cdot 0,7988\cdot 0,9195)\cdot P$$

Entonces, el presupuesto para el año 2014 *es* $0,6954\cdot P = 69,54\%$ *de* P, *por tanto, durante el quinquenio* 2010−2014, *el presupuesto en educación ha descendido un* 30,46%. $(1-0,6954 = 0,3046)$

Como $0,6954\cdot P = 2150 \;\Rightarrow\; P \simeq 3092 \;\Rightarrow$ *el presupuesto del año* 2010 *fue de* 3092 *millones de euros.*

$0,9195\cdot 3092 = 2843 \quad \Rightarrow$ *en* 2011 *fueron* 2843 *millones de euros.*

$0,7988\cdot 2843 = 2271 \quad \Rightarrow$ *en* 2012 *fueron* 2271 *millones de euros.*

$0,8565\cdot 2271 = 1945 \quad \Rightarrow$ *en* 2013 *fueron* 1945 *millones de euros.*

Ejercicio 2.

Durante cuánto tiempo debemos mantener 15.000 € en una cuenta, al 2% de interés anual y con abono de intereses trimestral, para que se conviertan en 17.421 €.

Solución:

15.000€ *han de convertirse en* 17.421€, *a un* 2% *de interés anual y con periodos de capitalización trimestrales.*

Por tanto $17421 = 15000\cdot\left(1+\dfrac{2}{400}\right)^n$, *siendo n el número de trimestres* $\Rightarrow\; 17421 = 15000\cdot(1,005)^n \;\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \frac{17421}{15000} = (1,005)^n \;\Rightarrow\; \log\frac{17421}{15000} = \log(1,005)^n \;\Rightarrow \log(17421) - \log(15000) = n\cdot\log(1,005) \;\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\log(17421)-\log(15000)}{\log(1,005)} = 29,9999$$ $\Rightarrow$ *son necesarios* 30 *trimestres, es decir, siete años y medio.*

Ejercicio 3.

Encontrar la cuota mensual adecuada para amortizar, en 5 años, un préstamo de 30.000 € con un interés anual del 8,5 %.

Solución:

Si el capital prestado hubiese que devolverlo en un único pago, al final de los 5 años y con periodos de capitalización mensuales, se habría convertido en $30000\cdot\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)^{60}=45819,02$ €

Si llamamos c *a la cuota mensual válida para amortizar el préstamo, tenemos que la primera cuota estará produciendo intereses durante 59 meses, la segunda 58 y así sucesivamente, con lo que las cuotas pagadas hasta el vencimiento acumulan el valor:*

$$c+c\cdot\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)+c\cdot\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)^{2}+\cdots\cdots+c\cdot\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)^{58}+c\cdot\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)^{59}=c\cdot\frac{\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)^{60}-1}{\left(1+\frac{8,5}{1200}\right)-1}\simeq c\cdot 74,44$$

Ese valor acumulado, de algo más de 74 cuotas $(74,44\cdot c)$, *debe ser igual a la cantidad que tendría que recibir el banco.*

$74,44\cdot c=45819,02 \quad\Rightarrow\quad c=615,50$, *la cuota mensual será de 615,50€.*

Ejercicio 4.

Qué porcentaje de beneficio aplica un comerciante a cierto producto si sabemos que el precio franco fábrica de ese producto es 115 € y, que tras aplicar el IVA correspondiente (21 %) y un descuento de cliente del 12 %, lo vende por 214,29 €.

Solución:

precio fábrica — *precio de venta sin impuestos* — *precio de venta con impuestos* — *precio de venta con descuento*

$$115€ \xrightarrow{+\%\ de\ beneficio} x\cdot 115 \xrightarrow{+21\%\ de\ IVA} (1,21\cdot x)\cdot 115 \xrightarrow{-12\%\ de\ descuento} (0,88\cdot 1,21\cdot x)\cdot 115=214,29$$

$$(0,88\cdot 1,21\cdot x)\cdot 115=214,29 \quad\Rightarrow\quad 122,452\cdot x=214,29 \quad\Rightarrow\quad x=\frac{214,29}{122,452}=1,74999\simeq 1,75$$

El beneficio que aplica el comerciante a ese producto es un incremento del 75%

Ejercicio 5.

Juan se ha planteado seguir un plan de ahorro personal durante 4 años y para ello ha contratado una cuenta de ahorro remunerada, al 2,5 % de interés anual, con abono de intereses mensual. Al contratar la cuenta efectúa un ingreso de 2.500 € y acuerda con el banco que, al inicio de cada mes, se haga un traspaso automático de 150 € desde su cuenta corriente a la cuenta de ahorro, efectuando el primero de ellos en ese mismo instante. ¿Cuánto dinero tendrá en la cuenta al finalizar el periodo de 4 años?

Solución:

Los 2.500€ *iniciales van a estar en la cuenta* 4 *años, a un* 2,5€ *de interés anual y con periodos de capitalización mensuales con lo que al final de los* 4 *años se habrán convertido en*:

$$2500\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{48}=2762,64\,€$$

Por otro lado, las aportaciones mensuales de 150€ *van a estar en cuenta tiempos diferentes, desde la primera, que estará* 48 *meses, hasta la última, que estara* 1 *mes. Esas aportaciones, en* 4 *años, acumularán un valor*:

$$150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{48}+150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{47}+\cdots\cdots+150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{2}+150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)=\frac{150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{49}-150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)}{\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)-1}=$$

$$=150\cdot\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)\cdot\frac{\left(1+\frac{2,5}{1200}\right)^{48}-1}{\frac{2,5}{1200}}=7579,79\,€\ \Rightarrow\ \textit{Al finalizar los 4 años, en cuenta tendrá}\quad 2762,64+7579,79=10.342,43\,€$$