Ejercicios básicos de fracciones.

Ejercicio 1

Realiza las siguientes operaciones:

$$a)\ 1-\left(1-\frac{1}{3}\right):2=1-\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right):2=1-\frac{2}{3}:2=1-\frac{2}{6}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

$$b)\ \left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{4}{3}-1=\left(\frac{5}{4}-\frac{2}{4}\right)\cdot\frac{4}{3}-1=\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{3}-1=\frac{12}{12}-1=1-1=0$$

$$c)\ \frac{1}{2}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}-1=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}-1=\frac{6}{12}+\frac{1}{12}-\frac{12}{12}=-\frac{5}{12}$$

$$d)\ 2+1:\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)=2+1:\left(\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right)=2+1:\left(-\frac{1}{6}\right)=2-6=-4$$

Ejercicio 2

Realiza las siguientes operaciones combinadas con fracciones y, si es posible, simplifica el resultado:

$$a)\ \left(5-\frac{1}{2}-\frac{7}{3}\right):\left(\frac{6}{5}-\frac{1}{3}\right)=\left(\frac{30}{6}-\frac{3}{6}-\frac{14}{6}\right):\left(\frac{18}{15}-\frac{5}{15}\right)=\frac{13}{6}:\frac{13}{15}=\frac{\cancel{13}\cdot 15}{6\cdot\cancel{13}}=\frac{15}{6}=\frac{5}{2}$$

$$b)\ 3\cdot\left(\frac{5}{2}-\frac{5}{6}\right)-\left(2+\frac{2}{3}\right)=3\cdot\left(\frac{15}{6}-\frac{5}{6}\right)-\left(\frac{6}{3}+\frac{2}{3}\right)=3\cdot\left(\frac{10}{6}\right)-\left(\frac{8}{3}\right)=\frac{30}{6}-\frac{8}{3}=\frac{15}{3}-\frac{8}{3}=\frac{7}{3}$$

$$c)\ \frac{2}{3}:\left[1+\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\right)\right]=\frac{2}{3}:\left[1+\frac{5}{4}\cdot\left(\frac{10}{15}-\frac{6}{15}\right)\right]=\frac{2}{3}:\left[1+\frac{5}{4}\cdot\frac{4}{15}\right]=\frac{2}{3}:\left[1+\frac{20}{60}\right]=\frac{2}{3}:\left[1+\frac{1}{3}\right]=\frac{2}{3}:\left[\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\right]=\frac{2}{3}:\frac{4}{3}=\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$$

$$d)\ \frac{3}{2}-\left(2-\frac{2}{3}\right):\frac{1}{3}=\frac{3}{2}-\left(\frac{6}{3}-\frac{2}{3}\right):\frac{1}{3}=\frac{3}{2}-\frac{4}{3}:\frac{1}{3}=\frac{3}{2}-\frac{12}{3}=\frac{3}{2}-4=\frac{3}{2}-\frac{8}{2}=-\frac{5}{2}$$

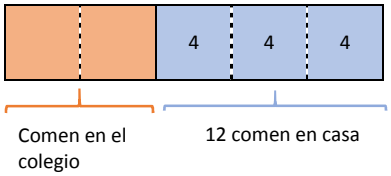
$$e)\ \left(\frac{3}{4}-\frac{5}{2}\right)\cdot\frac{8}{7}-\frac{1}{3}=\left(\frac{3}{4}-\frac{10}{4}\right)\cdot\frac{8}{7}-\frac{1}{3}=\left(-\frac{7}{4}\right)\cdot\frac{8}{7}-\frac{1}{3}=-\frac{\cancel{7}\cdot 8}{4\cdot\cancel{7}}-\frac{1}{3}=-\frac{8}{4}-\frac{1}{3}=-2-\frac{1}{3}=-\frac{6}{3}-\frac{1}{3}=-\frac{7}{3}$$

$$f)\ \frac{5}{8}-\frac{3}{8}\cdot\left[2-\frac{5}{3}\cdot\left(\frac{3}{5}-\frac{3}{10}\right)\right]=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\cdot\left[2-\frac{5}{3}\cdot\frac{3}{10}\right]=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\cdot\left[2-\frac{1}{2}\right]=\frac{5}{8}-\frac{3}{8}\cdot\frac{3}{2}=\frac{10}{16}-\frac{9}{16}=\frac{1}{16}$$

Ejercicio 3

Las dos quintas partes de los alumnos de un grupo se quedan a comer en el colegio. Si hay doce que van a comer a casa, ¿cuántos alumnos tiene en el grupo?

Solución:



El grupo tiene 20 alumnos

También podemos resolverlo así:

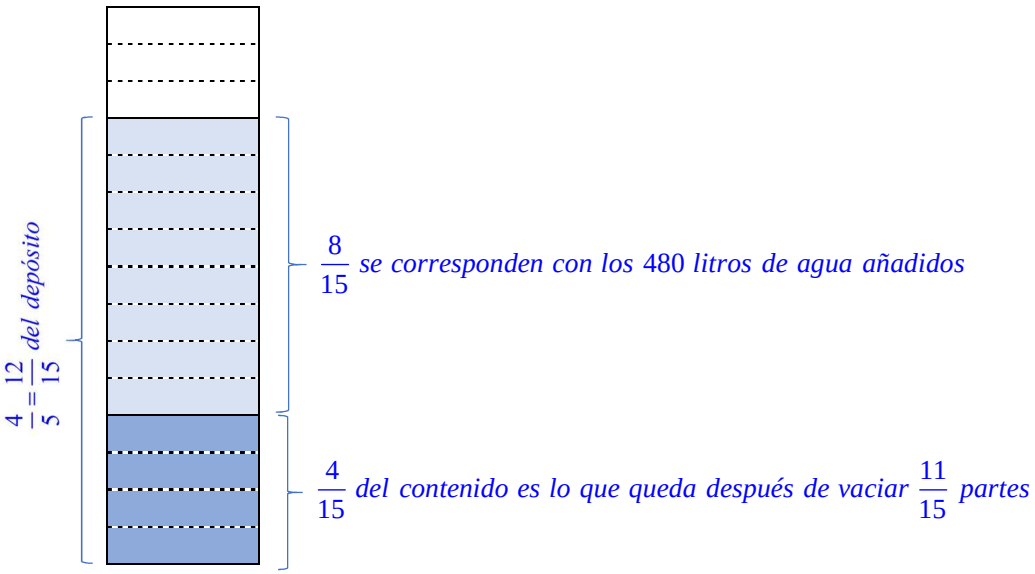
$\frac{2}{5}$ *comen en el colegio* $\rightarrow \frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ *comen en casa*

$\frac{3}{5}$ *son 12 alumnos* $\rightarrow \frac{1}{5}$ *son 4 alumnos* $\rightarrow$ *El total de alumnos son* $\frac{5}{5} \rightarrow 5\cdot 4 = 20$ *alumnos*

Ejercicio 4

De un depósito lleno de agua, vaciamos $\frac{11}{15}$ de su contenido. Después añadimos al depósito 480 litros de agua, pero sólo queda lleno hasta los $\frac{4}{5}$ de su capacidad. ¿Cuántos litros faltarían para llenarlo por completo?

Solución:



Vaciamos $\frac{11}{15}$ *partes del depósito* $\rightarrow$ *todavía queda* $\frac{15}{15}-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$ *del depósito lleno de agua.*

Cuando añadimos 480 litros, se llena hasta $\frac{4}{5}$ *del total* $\rightarrow$ *los 480 litros es la diferencia entre lo que hay y lo que había.*

$\frac{4}{5}-\frac{4}{15}=\frac{12}{15}-\frac{4}{15}=\frac{8}{12}$ *es la fracción del depósito que se corresponde con los 480 litros*

$\frac{8}{15}$ *del depósito son 480 litros* $\rightarrow \frac{1}{15}$ *del depósito son* $480:8=60$ *litros* $\rightarrow$ *Para llenarlo faltan* $\frac{3}{15}$ *que son* $3\cdot 60=180$ *litros.*

Ejercicio 5

Tres hermanos se reparten una tableta de chocolate, Juan ha cogido $\frac{2}{5}$ del total, Ángela 200 gramos y para Rosa ha quedado $\frac{1}{3}$ de la tableta.

- ¿Cuánto pesaba la tableta?
- ¿Cuánto le ha tocado a cada uno?

Solución:

$$\text{Los tres hermanos se han repartido la totalidad de la tableta.}$$

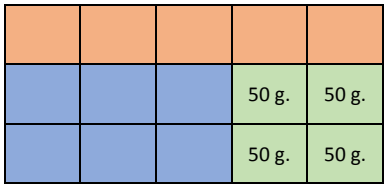
$$\left.\begin{array}{l}\text{Juan ha cogido } \frac{2}{5} \text{ de la tableta} \\ \text{Rosa ha cogido } \frac{1}{3} \text{ de la tableta}\end{array}\right\rangle \text{Entre Juan y Rosa se han llevado: } \frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{6}{15}+\frac{5}{15}=\frac{11}{15}, \text{ para completar la tableta faltan } \frac{4}{15}$$

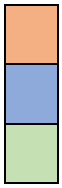
$$\text{Ángela ha cogido 200 gramos que se corresponden con los } \frac{4}{15} \text{ que no han cogido Juan y Rosa}$$

$$\frac{4}{15} \text{ son 200 gramos} \Rightarrow \frac{1}{15} \text{ son 50 gramos } (200:4) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{La tableta completa } \left(\frac{15}{15}\right) \text{ pesaba } 15\cdot 50=750 \text{ gramos} \\ \text{A Juan le tocaron } \frac{6}{15} \rightarrow 6\cdot 50=300 \text{ gramos} \\ \text{A Rosa la tocaron } \frac{5}{15} \rightarrow 5\cdot 50=250 \text{ gramos}\end{array}\right.$$

También podemos verlo con un dibujo:

Representamos la tableta con un rectángulo





$$\text{Rosa: } \frac{1}{3}=\frac{5}{15} \rightarrow 5\cdot\frac{1}{15} \rightarrow 5\cdot 50=250 \text{ gramos}$$

$$\text{Juan: } \frac{2}{5}=\frac{6}{15} \rightarrow 6\cdot\frac{1}{15} \rightarrow 6\cdot 50=300 \text{ gramos}$$

$$\text{Ángela: 200 gramos} \rightarrow \frac{4}{15} \rightarrow \frac{1}{15} \text{ son } 200:4=50 \text{ gramos}$$

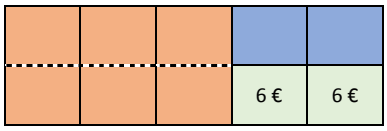
Ejercicio 6

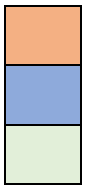
Alicia se gastó $\frac{3}{5}$ del dinero que llevaba en comprar unos pantalones y, después, se gastó la mitad de lo que le quedaba en un libro. Si aún tiene 12 €, responde:

- ¿Cuánto dinero tenía al principio?
- ¿Cuánto le costaron los pantalones?

Solución:

Podemos empezar haciendo un dibujo en el que consideramos que el dinero que tenía Alicia estaba dividido en partes iguales:





$En\ los\ pantalones\ gastó\ \frac{3}{5}\ del\ total = \frac{6}{10}\ del\ total$

$En\ el\ libro\ gastó\ \frac{1}{2}\ de\ lo\ que\ quedaba \rightarrow \frac{1}{2} de \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$

$Le\ sobró\ la\ otra\ mitad \rightarrow \frac{1}{2} de \frac{2}{5} = \frac{2}{10}\ que\ son\ 12\ €$

Al principio tenía 60 euros y en los pantalones se gastó 36 euros.

Si no hacemos un dibujo, podemos plantearlo así:

$$\left.\begin{array}{l} En\ los\ pantalones\ gastó\ \frac{3}{5}\ del\ total \Rightarrow le\ sobraron\ \frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5} \\ En\ el\ libro\ gastó\ \frac{1}{2}\ de\ lo\ que\ quedaba \rightarrow \frac{1}{2} de \frac{2}{5} = \frac{2}{10} \end{array}\right\rangle entre\ las\ dos\ cosas\ se\ gastó\ \frac{2}{5}+\frac{2}{10}=\frac{6}{10}+\frac{2}{10}=\frac{8}{10}$$

$Le\ sobraron\ \frac{10}{10}-\frac{8}{10}=\frac{2}{10}\ que\ son\ 12\ euros \rightarrow \frac{1}{10}\ serán\ 6\ euros\ y\ al\ principio\ tenía\ \frac{10}{10}\ que\ eran\ 60\ euros.$

$Los\ pantalones\ le\ costaron\ \frac{3}{5} de\ 60 = \frac{3}{5} \cdot 60 = 36\ euros.$

<u>Ejercicio 7</u>

Pedro tenía un montón de caramelos. Primero le dio la mitad de los caramelos que tenía a su primo Francisco y, después, dos quintos de los caramelos que le quedaban a su amigo Alberto. Si aún tiene 21 caramelos, ¿cuántos tenía al principio y cuántos recibió Alberto?

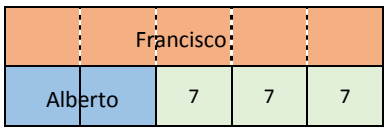
<u>Solución:</u>

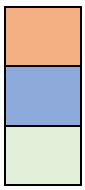
$$\left.\begin{array}{l} Pedro\ dió\ \frac{1}{2}\ del\ total\ de\ caramelos\ a\ su\ primo \Rightarrow le\ quedó\ 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2} \\ A\ su\ amigo\ le\ dió\ \frac{2}{5}\ de\ los\ caramelos\ que\ quedaban \rightarrow \frac{2}{5} de \frac{1}{2} = \frac{2}{10} \end{array}\right\rangle entre\ los\ dos\ se\ llevaron\ \frac{1}{2}+\frac{2}{10}=\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=\frac{7}{10}$$

$Le\ sobraron\ \frac{10}{10}-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}\ que\ son\ 21\ caramelos \rightarrow \frac{1}{10}\ serán\ 7\ caramelos\ y\ al\ principio\ tenía\ \frac{10}{10}\ que\ eran\ 70\ caramelos.$

$Su\ amigo\ Alberto\ recibió\ \frac{2}{10} de\ 70 = \frac{2}{10} \cdot 70 = 14\ caramelos.$

También podemos hacer un dibujo en el que consideramos que los caramelos que tenía Pedro estaban divididos en partes iguales:





$A\ Francisco\ le\ dió\ \frac{1}{2}\ del\ total = \frac{5}{10}\ del\ total$

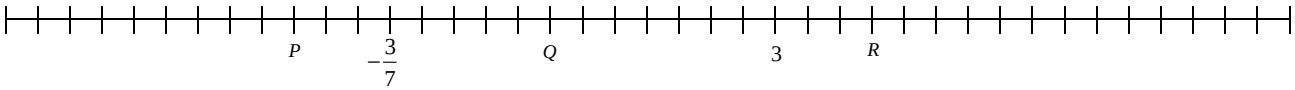
$Para\ Alberto\ fueron\ \frac{2}{5}\ de\ lo\ que\ quedaba \rightarrow \frac{2}{5} de \frac{1}{2} = \frac{2}{10}$

$Le\ sobró\ \frac{3}{5}\ del\ resto \rightarrow \frac{3}{5} de \frac{1}{2} = \frac{3}{10}\ que\ son\ 21\ caramelos$

$Al\ principio\ tenía\ 10 \cdot 7 = 70\ caramelos\ ;\quad Alberto\ se\ llevó\ 2 \cdot 7 = 14\ caramelos.$

Ejercicio 8

Las marcas de la recta están igualmente espaciadas, ¿qué números racionales se corresponden con las letras P, Q y R?



Solución:

$$La\ diferencia\ entre\ -\frac{3}{7}\ y\ 3\ es:\ 3-\left(-\frac{3}{7}\right)=3+\frac{3}{7}=\frac{21}{7}+\frac{3}{7}=\frac{24}{7}$$

$$Esa\ distancia\ está\ dividida\ en\ 12\ partes\ iguales\ \Rightarrow\ \frac{24}{7}:12=\frac{2}{7}\ es\ lo\ que\ corresponde\ a\ cada\ marca.$$

$$P=-\frac{3}{7}-3\cdot\frac{2}{7}=-\frac{9}{7}\ ;\quad Q=-\frac{3}{7}+5\cdot\frac{2}{7}=\frac{7}{7}=1\ ;\quad R=3+3\cdot\frac{2}{7}=\frac{27}{7}$$