SISTEMAS DE ECUACIONES. (Soluciones)

Ejercicio 1

Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} 4(x-y)+y=5(4+y) \\ 2(3y-x)+1=x-2(5-2y) \end{cases} \xrightarrow{\text{quitamos paréntesis y reducimos}} \begin{cases} 4x-4y+y=20+5y \\ 6y-2x+1=x-10+4y \end{cases} \to \begin{cases} 4x-8y=20 \\ -3x+2y=-11 \end{cases} \to$$

$$\xrightarrow{\text{dividimos entre 2 la primera ecuación}} \begin{cases} x-2y=5 \\ -3x+2y=-11 \end{cases} \text{ resolvemos por reducción}$$

$$-2x \quad =-6 \to x=3 \xrightarrow{\text{sustituímos en la primera ecuación}} 3-2y=5 \to -2=2y \to -1=y$$

$$\text{La solución es } \begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$$

Ejercicio 2

Este fin de semana, vamos 15 amigos de viaje a Extremadura. Hemos reservado, para la noche del viernes, varias habitaciones en un hostal. Las habitaciones individuales tienen un precio de 28 €/noche, y las dobles, de 40 €/noche. El que ha hecho la reserva, duda cuántas habitaciones ha contratado, pero sí recuerda que debemos pagar, en total, 356 € por esa noche. Ayúdanos a determinar cuántas habitaciones de cada tipo tenemos reservadas, planteando un sistema de ecuaciones y resolviéndolo.

Solución:

Llamamos x al número de habitaciones individuales
Llamamos y al número de habitaciones dobles

$$\begin{cases} \text{15 amigos que se alojan 1 en cada habitación individual y 2 en cada doble} \to x+2y=15 \\ \text{356 euros en total, 28 euros por cada individual y 40 por cada doble} \to 28x+40y=356 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y=15 \\ 28x+40y=356 \end{cases} \xrightarrow{\text{resolvemos por sustitución}} \begin{cases} x=15-2y \\ 28x+40y=356 \end{cases} \to 28(15-2y)+40y=356 \to 420-56y+40y=356$$

$$420-356=56y-40y \to 64=16y \to y=4 \to x=15-2\cdot 4=8$$

Se han reservado 7 habitaciones individuales y 4 habitaciones dobles.

Ejercicio 3

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones:

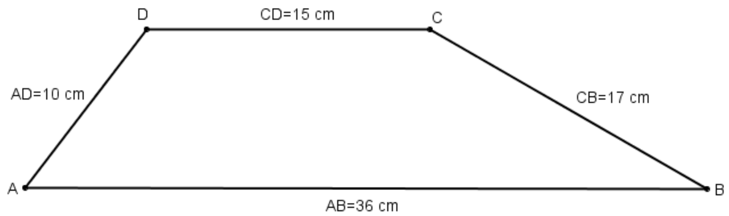
$$\begin{cases} \dfrac{3-x}{2}-\dfrac{1-y}{3}=1 \\ \dfrac{4-x}{2}-y=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos denominadores y reducimos}} \begin{cases} \dfrac{9-3x}{6}-\dfrac{2-2y}{6}=\dfrac{6}{6} \\ \dfrac{4-x}{2}-\dfrac{2y}{2}=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 9-3x-2+2y=6 \\ 4-x-2y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x+2y=-1 \\ -x-2y=0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{resolvemos por reducción}} \begin{array}{l} \begin{cases} -3x+2y=-1 \\ -x-2y=0 \end{cases} \\ \hline -4x \quad =-1 \end{array} \rightarrow x=\frac{1}{4} \rightarrow -\frac{1}{4}-2y=0 \rightarrow -2y=\frac{1}{4} \rightarrow y=-\frac{1}{8}$$

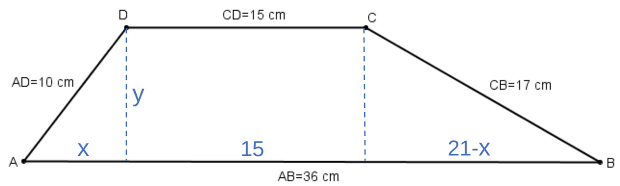
$$\textit{solución}: \left\{ x=-\frac{1}{4} \ , \ y=-\frac{1}{8} \right\}$$

Ejercicio 4

Dado el trapecio ABCD de la figura, del que conocemos la medida de sus cuatro lados en cm, calcula su área y la medida de la diagonal AC.



Solución:



Llamamos y a la altura del trapecio $\rightarrow$ la base se divide en tres trozos, uno x, otro 15 y el tercero $36-(x+15)=21-x$

Ahora podemos aplicar el teorema de Pitágoras en los dos triángulos rectángulos que hay.

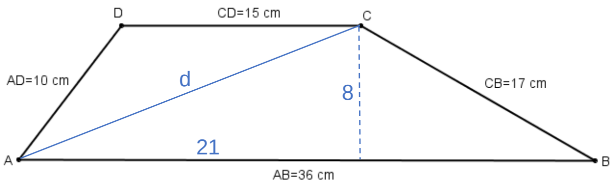
$$\left| \begin{array}{l} \textit{En el pequeño}: x^2+y^2=10^2 \\ \textit{En el grande}: (21-x)^2+y^2=17^2 \end{array} \right. \rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=100 \\ (21-x)^2+y^2=289 \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} \begin{cases} -x^2-y^2=-100 \\ (21-x)^2+y^2=289 \end{cases} \\ \hline (21-x)^2-x^2=189 \end{array} \rightarrow 441-42x+x^2-x^2=189$$

$$441-189=42x$$

$$x=\frac{252}{42}=6$$

$$Si\ x=6 \rightarrow 6^2+y^2=100 \rightarrow y^2=100-36 \rightarrow y=\pm\sqrt{64} \rightarrow \left\langle \begin{array}{l} y=8 \\ y=\cancel{-8} \end{array} \right.$$

$$A_{Trapecio}=\frac{(B+b)\cdot h}{2} \rightarrow A_{Trapecio}=\frac{(36+15)\cdot 8}{2}=204\ cm^2$$



Ahora, para calcular la diagonal AC, aplicamos de nuevo el teorema de Pitágoras sobre el triángulo rectángulo que tiene esa diagonal como hipótenusa.

$$d^2 = 21^2 + 8^2 \quad \rightarrow \quad d^2 = 441 + 64 \quad \rightarrow \quad d^2 = 505 \quad \rightarrow \quad d = \pm\sqrt{505} \quad \rightarrow \quad \left\langle \begin{array}{l} d \simeq 22,47 \\ d \simeq \cancel{-22,47} \end{array} \right.$$

La diagonal mide, aproximadamente, $22,47$ *cm*

Ejercicio 5

Encuentra un polinomio de la forma $x^2 + ax + b$ tal que sea divisible por $(x-1)$ y que obtengamos el mismo resto al dividirlo por $(x+1)$ y por $(x-2)$.

Solución:

El teorema del resto nos dice que el valor numérico del polinomio $p(x)$ en el punto $x=a$, coincide con el resto de dividir $p(x)$ entre $(x-a)$. Así, tenemos que:

$P(x) = x^2 + ax + b$ *es divisible entre* $(x-1)$ $\rightarrow \underbrace{p(1)}_{\text{valor numérico en } x=1} = \underbrace{0}_{\text{resto de dividir } p(x) \text{ entre } (x-1)} \rightarrow 1^2 + a\cdot 1 + b = 0 \rightarrow a+b=-1$

Al dividir $P(x)$ *entre* $(x+1)$ *da igual resto que al dividir entre* $(x-2)$ $\rightarrow \underbrace{p(-1)}_{\text{valor numérico en } x=-1} = \underbrace{p(2)}_{\text{valor numérico en } x=2} \rightarrow (-1)^2 + a\cdot(-1) + b = 2^2 + a\cdot 2 + b \rightarrow 1 - a + b = 4 + 2a + b$

Nos queda el sistema: $\left\{ \begin{array}{ll} a+b=-1 & -1+b=-1 \rightarrow b=0 \\ -3=3a & a=-1 \end{array} \right.$

$$a=-1 \ ; \ b=0 \quad \rightarrow \quad p(x) = x^2 - x$$

Ejercicio 6

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dfrac{x-2}{3} - \dfrac{1-y}{2} = 1 \\ x^2 + y^2 = 26 \end{array} \right.$$

Solución:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{3}-\dfrac{1-y}{2}=1 \\ x^2+y^2=26 \end{cases} \xrightarrow{\text{quitamos denominadores y reducimos}} \begin{cases} \dfrac{2x-4}{6}-\dfrac{3-3y}{6}=\dfrac{6}{6} \\ x^2+y^2=26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-4-3+3y=6 \\ x^2+y^2=26 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x+3y=13 \\ x^2+y^2=26 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{resolvemos por sustitución}} \begin{cases} x=\dfrac{13-3y}{2} \\ x^2+y^2=26 \quad \rightarrow \quad \left(\dfrac{13-3y}{2}\right)^2+y^2=26 \quad \rightarrow \quad \dfrac{169-78y+9y^2}{4}+y^2=26 \end{cases}$$

$$169-78y+9y^2+4y^2=104 \quad \rightarrow \quad 13y^2-78y+65=0 \quad \xrightarrow{\text{dividimos todo entre 13}} \quad y^2-6y+5=0$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{6\pm\sqrt{(-6)^2-4\cdot1\cdot5}}{2\cdot1}=\frac{6\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{6\pm4}{2}=\begin{cases} \dfrac{6+4}{2}=5 \rightarrow x=\dfrac{13-3}{2}=5 & \text{solución } \{y=5\ ,\ x=-1\} \\ \dfrac{6-4}{2}=1 \rightarrow x=\dfrac{13-15}{2}=-1 & \text{solución } \{y=1\ ,\ x=5\} \end{cases}$$

Ejercicio 7

Encuentra un número natural de dos cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 12 y que la tercera parte del número es igual a cinco veces la cifra de las unidades.

Solución:

$$\left| \begin{array}{l} \text{Llamamos } x \text{ a la cifra de las decenas} \\ \text{Llamamos } y \text{ a la cifra de las unidades} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{el número será}} 10x+y$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Las cifras suman } 10 \rightarrow \quad x+y=12 \\ \text{La tercera parte del número es igual a cinco veces la cifra de las unidades} \rightarrow \dfrac{10x+y}{3}=5y \end{array} \right. \xrightarrow{\text{el sistema es:}} \begin{cases} x+y=12 \\ 10x+y=15y \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x+y=12 \\ 10x-14y=0 \end{cases} \xrightarrow{\text{resolvemos por reducción}} \begin{cases} 14x+14y=168 \\ 10x-14y=0 \end{cases}$$

$$24x \quad =168 \quad \rightarrow \quad x=7 \quad \rightarrow \quad 7+y=12 \quad \rightarrow \quad y=5$$

$\text{el número es el } 75$

Ejercicio 8

Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno:

$$\begin{cases} \dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x-2y}{2}=\dfrac{1}{6}+y \\ 3(x-y)-5(y-1)=x-1 \end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases} \dfrac{2x+y}{3} - \dfrac{x-2y}{2} = \dfrac{1}{6} + y \\ 3(x-y) - 5(y-1) = x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \dfrac{4x+2y}{6} - \dfrac{3x-6y}{6} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{6y}{6} \\ 3x-3y-5y+5 = x-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+2y-3x+6y = 1+6y \\ 2x-8y = -6 \end{cases} \rightarrow$$

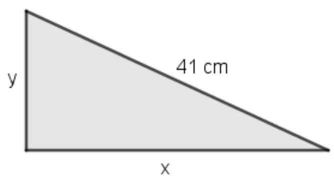
$$\rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ x-4y=-6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2y=1 \\ -x+4y=6 \end{cases} \qquad 6y = 7$$

$$y = \frac{7}{6} \rightarrow x + \frac{14}{6} = 1 \rightarrow x = 1 - \frac{14}{6} = -\frac{8}{6} \qquad solución: \left\{ x = -\frac{4}{3} \ , \ y = \frac{7}{6} \right\}$$

Ejercicio 9

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 41 cm. Sabiendo que tiene un área de 180 cm^2, plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para encontrar la medida de los catetos.

Solución:



Llamamos x a un cateto (base)

Llamamos y al otro cateto (altura)

$$\begin{cases} La \ hipotenusa \ mide \ 41 \ cm \rightarrow x^2 + y^2 = 41^2 \\ El \ área \ mide \ 180 \ cm^2 \rightarrow \dfrac{x \cdot y}{2} = 180 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1681 \\ x \cdot y = 360 \end{cases} \xrightarrow{resolvemos \ por \ sustitución} \begin{cases} x^2 + y^2 = 1681 \rightarrow x^2 + \left(\dfrac{360}{x}\right)^2 = 1681 \rightarrow x^2 + \dfrac{129600}{x^2} = 1681 \\ y = \dfrac{360}{x} \end{cases}$$

$$\rightarrow \frac{x^4}{x^2} + \frac{129600}{x^2} = \frac{1681x^2}{x^2} \rightarrow x^4 + 129600 = 1681x^2 \rightarrow x^4 - 1681x^2 + 129600 = 0$$ *esta es una ecuación bicuadrada y se resuelve cambiando x^2 por otra letra, por ejemplo z ; si $x^2 = z \rightarrow x^4 = z^2$ y la ecuación nos queda:*

$$z^2 - 1681z + 129600 = 0 \rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1681 \pm \sqrt{(-1681)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 129600}}{2 \cdot 1} = \frac{1681 \pm \sqrt{2307361}}{2} = \begin{cases} \dfrac{1681+1519}{2} = 1600 \\ \dfrac{1681-1519}{2} = 81 \end{cases}$$

$$Si \quad z = 1600 \rightarrow x^2 = 1600 \rightarrow x = \pm\sqrt{1600} \begin{cases} x = 40 \rightarrow y = \dfrac{360}{40} = 9 \\ \cancel{x = -40} \end{cases}$$

$$Si \quad z = 81 \rightarrow x^2 = 81 \rightarrow x = \pm\sqrt{81} \begin{cases} x = 9 \rightarrow y = \dfrac{360}{9} = 40 \\ \cancel{x = -9} \end{cases}$$

Un cateto mide 40 cm y el otro cateto mide 9 cm.

Ejercicio 10

La suma de los radios de dos círculos es 70 cm y la suma de las áreas de éstos es igual al área de un tercer círculo de 50 cm de radio. ¿Cuál es el radio de los dos primeros círculos?

Solución:

$$\left.\begin{array}{l}\textit{Llamamos } x \textit{ a la medida del radio del círculo mayor}\\ \textit{Llamamos } y \textit{ a la medida del radio del círculo menor}\end{array}\right\} \quad A_{círculo} = \pi \cdot r^2$$

$$\left.\begin{array}{l}\textit{Suma de los radios, } 70\ cm \ \rightarrow\ x+y=70\\ \textit{Suma de las áreas } \rightarrow\ \pi x^2+\pi y^2=\pi\cdot 50^2\end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases}x+y=70\\ \pi\left(x^2+y^2\right)=\pi\cdot 2500\end{cases} \rightarrow \begin{cases}y=70-x\\ x^2+y^2=2500\end{cases} \rightarrow x^2+\left(70-x\right)^2=2500$$

$$x^2+4900-140x+x^2=2500 \ \rightarrow\ 2x^2-140x+2400=0 \ \rightarrow\ x^2-70x+1200=0$$

$$\begin{cases}a=1\\ b=-70\\ c=-1200\end{cases} \rightarrow\ y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{70\pm\sqrt{70^2-4\cdot 1\cdot 1200}}{2\cdot 1}=\frac{70\pm\sqrt{100}}{2}=\frac{70\pm 10}{2}=\left\langle\begin{array}{l}\frac{70+10}{2}=40\\ \frac{70-10}{2}=30\end{array}\right.$$

$\textit{Si } x=40 \ \rightarrow\ y=70-40=30 \ \rightarrow$ *radio mayor*, $40\ cm$ *y radio menor*, $30\ cm$

$\cancel{\textit{Si } x=30 \ \rightarrow\ y=70-30=40} \ \rightarrow$ *Habíamos llamado* x *a la medida del radio del círculo mayor*

Ejercicio 11

Resuelve por el método que consideres más oportuno los siguientes sistemas de ecuaciones.

$$a)\quad \begin{cases}2\left(3x+y\right)+x=4\left(x+1\right)\\ 6\left(x-2\right)+y=2\left(y-1\right)+3\end{cases}$$

Solución:

$$\begin{cases}2\left(3x+y\right)+x=4\left(x+1\right)\\ 6\left(x-2\right)+y=2\left(y-1\right)+3\end{cases} \xrightarrow{\textit{Lo primero es quitar los paréntesis y agrupar}} \begin{cases}6x+2y+x=4x+4\\ 6x-12+y=2y-2+3\end{cases} \rightarrow \begin{cases}3x+2y=4\\ 6x-y=13\end{cases}$$

Cuando el sitema lo tenemos en la forma habitual, elegimos un método de resolución. En este caso parece muy adecuado resolverlo por reducción:

$$\begin{cases}3x+2y=4\\ 6x-y=13\end{cases} \xrightarrow{\textit{multiplicamos por 2 la segunda ecuación}} \begin{cases}3x+2y=4\\ 12x-2y=26\end{cases} \quad \textit{sumamos las dos ecuaciones}$$

$$15x \quad = 30 \ \rightarrow\ x=2$$

Ese valor de x *lo sustituímos en la primera ecuación*: $3\cdot 2+2y=4 \ \rightarrow\ 2y=4-6 \ \rightarrow\ y=\frac{-2}{2}=-1$

$$\textit{Solución}: \begin{cases}x=2\\ y=-1\end{cases}$$

b) $\begin{cases} \dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x-2y}{2}=\dfrac{1}{2}+y \\ 3(x-y)-4(3-2y)=x-2 \end{cases}$

Solución:

$$\begin{cases} \dfrac{2x+y}{3}-\dfrac{x-2y}{2}=\dfrac{1}{2}+y \\ 3(x-y)-4(3-2y)=x-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{Quitamos paréntesis y denominadores}} \begin{cases} \dfrac{4x+2y}{6}-\dfrac{3x-6y}{6}=\dfrac{3}{6}+\dfrac{6y}{6} \\ 3x-3y-12+8y=x-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x+2y-3x+6y=3+6y \\ 2x+5y=10 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+5y=10 \end{cases} \xrightarrow{\text{Esta vez lo resolvemos por sustitución}} \begin{cases} x=3-2y \\ 2x+5y=10 \end{cases} \rightarrow 2(3-2y)+5y=10 \rightarrow 6-4y+5y=10 \rightarrow y=4$$

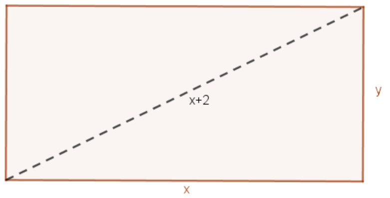
$$\text{Como } x=3-2y \rightarrow x=3-2\cdot 4 \rightarrow x=-5$$

$$\text{Solución:} \begin{cases} x=-5 \\ y=4 \end{cases}$$

Ejercicio 12

La diagonal de un rectángulo es 2 cm mayor que la base y su perímetro es 46 cm. Calcula las dimensiones del rectángulo.

Solución:



$$\text{Llamamos} \begin{cases} x \rightarrow \text{medida, en metros, de la base del rectángulo} \\ y \rightarrow \text{medida, en metros, de la altura del rectángulo} \end{cases} \rightarrow \left| \begin{array}{l} \text{Perímetro} = 2x+2y=46 \rightarrow x+y=23 \\ \text{Teorema de Pitágoras}: (x+2)^2 = x^2+y^2 \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} x+y=23 \\ (x+2)^2=x^2+y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=23 \\ x^2+4x+4=x^2+y^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=23-y \\ 4x+4=y^2 \end{cases} \rightarrow 4(23-y)+4=y^2 \rightarrow 92-4y+4=y^2 \rightarrow y^2+4y-96=0$$

$$y=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\cdot 1\cdot(-96)}}{2\cdot 1}=\frac{-4\pm\sqrt{400}}{2}=\frac{-4\pm 20}{2}= \left\langle \begin{array}{l} y=\dfrac{-4+20}{2}=8 \rightarrow si \;\; y=8 \rightarrow x=23-8=15 \\ y=\dfrac{-4-20}{2}=\cancel{-12} \end{array} \right.$$

Base del rectángulo $\rightarrow$ 15 *cm.* *Altura del rectángulo* $\rightarrow$ 8 *cm.*

Ejercicio 13

Halla un número de dos cifras tal que la suma de éstas sea 10 y el doble de dicho número supere en una unidad al número obtenido invirtiendo sus cifras.

Solución:

$$\left.\begin{array}{l} x \rightarrow \text{cifra de las decenas} \\ y \rightarrow \text{cifra de las unidades} \end{array}\right\rangle \text{ el número de dos cifras será } 10x+y \text{ ; } 10y+x \text{ es el número obtenido al invertir las cifras.}$$

Planteamos el sistema con las dos condiciones que nos dan:

$1^{o}.-$ *Las cifras suman* $10 \rightarrow x+y=10$

$2^{o}.-$ *El doble de* $10x+y$ *es una unidad mayor que* $10y+x \rightarrow 2(10x+y)=(10y+x)+1$

El sistema nos queda:

$$\begin{cases} x+y=10 \\ 2(10x+y)=(10y+x)+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+y=10 \\ 20x+2y=10y+x+1 \end{cases} \xrightarrow{\text{resolvemos por sustitución}} \begin{cases} y=10-x \\ 19x-8y=1 \end{cases} \rightarrow 19x-8(10-x)=1$$

$$19x-80+8x=1$$

$$27x=81 \rightarrow x=3$$

$y=10-x \rightarrow y=10-3 \rightarrow y=7 \rightarrow$ *el número es el* 37

Ejercicio 14

En un triángulo, la base es 3 cm mayor que su altura. Si aumentamos 5 cm su altura y disminuimos la base a la mitad, obtenemos otro triángulo cuya área es 45 cm^2 menor que el área del triángulo original. Calcula base y altura de ambos triángulos.

Solución:

$$\left|\begin{array}{l} \text{Llamamos } x \text{ a la base del triángulo} \\ \text{Llamamos } y \text{ a la altura del triángulo} \end{array}\right. \rightarrow A_{Triángulo}=\frac{x\cdot y}{2}$$

$$\left|\begin{array}{l} \text{Disminuímos la base a la mitad} \rightarrow \frac{x}{2} \\ \text{Aumentamos 5 cm la altura} \rightarrow y+5 \end{array}\right. \rightarrow A_{Triángulo\ nuevo}=\frac{\frac{x}{2}\cdot(y+5)}{2}=\frac{x(y+5)}{4}$$

$$\xrightarrow{\text{el sistema es:}} \begin{cases} x=y+3 \\ \frac{x(y+5)}{4}=\frac{x\cdot y}{2}-45 \end{cases} \xrightarrow{\text{quitamos denominadores}} \begin{cases} x=y+3 \\ \frac{x(y+5)}{4}=\frac{2xy}{4}-\frac{180}{4} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-3=y \\ x(y+5)=2xy-180 \end{cases}$$

$$xy+5x=2xy-180 \rightarrow 5x-xy+180=0 \rightarrow 5x-x(x-3)+180=0 \rightarrow 5x-x^2+3x+180=0 \rightarrow -x^2+8x+180=0$$

$$x^2-8x-180=0 \rightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{(-8)^2-4\cdot1\cdot(-180)}}{2}=\frac{8\pm\sqrt{784}}{2}=\frac{8\pm28}{2}=\begin{cases} \frac{8+28}{2}=18 \\ \frac{8-28}{2}=\cancel{-10} \text{ esta solución no es válida.} \end{cases}$$

Si $x=18\ cm \rightarrow y=x-3=15\ cm$

El primer triángulo: $\begin{cases} \text{base } 18\ cm \\ \text{altura } 15\ cm \end{cases}$, *el segundo triángulo:* $\begin{cases} \text{base } 9\ cm \\ \text{altura } 20\ cm \end{cases}$

Ejercicio 15

Entre Alberto y Benito juntan 176 ovejas. Cuántas tiene cada uno sabiendo que, si Alberto le vende a Benito un tercio de sus ovejas, entonces Benito tiene el triple de ovejas que Alberto.

Solución:

$$\text{Llamamos}\begin{cases} x \to \text{número de ovejas de Alberto} \xrightarrow{\text{Si Alberto vende la tercera parte a Benito, le quedan:}} \dfrac{2x}{3} \\ y \to \text{número de ovejas de Benito} \xrightarrow[\text{Si benito compra la tercera parte de las ovejas de Alberto, tendrá:}]{} y+\dfrac{x}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=176 \\ \dfrac{x}{3}+y=3\cdot\left(\dfrac{2x}{3}\right) \end{cases} \to \begin{cases} x+y=176 \\ \dfrac{x}{3}+y=2x \end{cases} \to \begin{cases} x+y=176 \\ x+3y=6x \end{cases} \to \begin{cases} x+y=176 \\ -5x+3y=0 \end{cases} \to \begin{cases} 5x+5y=880 \\ -5x+3y=0 \end{cases}$$

$$8y=880 \to y=110$$

$$x+110=176 \to x=66$$

Alberto tiene 66 ovejas y Benito 110 ovejas.