

IX CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE : Día 23 de abril de 2005

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

iii Lee detenidamente las instrucciones !!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (X) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

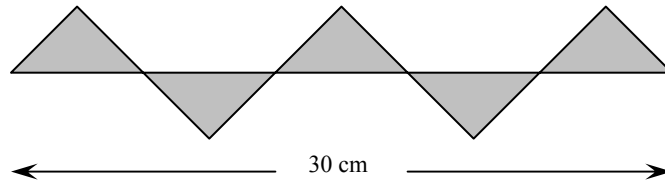
CONVOCA:

Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

COLABORAN:

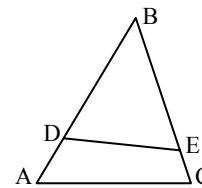
*Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Ediciones S.M., Grupo ANAYA y El Corte Inglés*

- 1.- El mayor número de cuatro cifras distintas, múltiplo de 11, lo es también de:
A) ocho **B) nueve** **C) trece** **D) diecisiete** **E) quince.**
- 2.- $99 = 11 \times 9$; $1001 = 11 \times 91$; $9999 = 11 \times 909$; $100001 = 11 \times 9091$; $999999 = 11 \times 90909$ y así sucesivamente. ¿Cuánto suman las cifras del número obtenido al dividir $(10^{12} - 1)$ entre 11?
A) 108 **B) 109** **C) 72** **D) 54** **E) 55.**
- 3.- La figura que te mostramos está compuesta por 5 triángulos rectángulos isósceles idénticos. ¿Cuál es, en cm^2 , la suma de sus áreas?

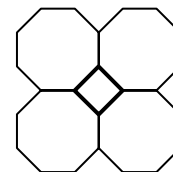


- A) 20** **B) 25** **C) 35** **D) 45** **E) 50.**
- 4.- Si $x > y > 0$, entonces $\frac{x^y \cdot y^x}{y^y \cdot x^x}$ es igual a:
A) $(x - y)^{y/x}$ **B) $\left(\frac{y}{x}\right)^{x-y}$** **C) 1** **D) $\left(\frac{x}{y}\right)^{y+x}$** **E) $(x - y)^{x/y}$.**
- 5.- El cociente entre a y b es $\frac{4}{3}$; entre c y d es $\frac{3}{2}$ y entre d y b , $\frac{1}{6}$. ¿Cuál es el cociente entre a y c ?
A) $\frac{1}{3}$ **B) $\frac{16}{3}$** **C) $\frac{20}{3}$** **D) $\frac{27}{4}$** **E) 12.**
- 6.- ¿Para cuántos enteros positivos k , se verifica que la ecuación $kx - 12 = 3k$, de incógnita x , tiene solución entera?
A) 3 **B) 4** **C) 5** **D) 6** **E) 7.**
- 7.- La suma $0, \hat{1} + 0, \hat{2} + 0, \hat{3} + \dots + 0, \hat{9}$ es igual a:
A) 5 **B) $5, \hat{5}$** **C) $1, \hat{8}$** **D) 2** **E) $11, \hat{1}$.**
- 8.- En un cuadrilátero los ángulos están en progresión geométrica de razón 2. ¿Cuál es la diferencia entre el ángulo mayor y el menor?.
A) 168° **B) 150°** **C) 135°** **D) 120°** **E) 90° .**

- 9.- En el triángulo ABC de la figura, el ángulo \hat{A} mide 55° . Si $BD = BE$ y el ángulo \hat{BDE} mide 65° , ¿cuánto mide el ángulo \hat{C} ?
A) 60° **B) 65°** **C) 70°** **D) 75°** **E) 80° .**



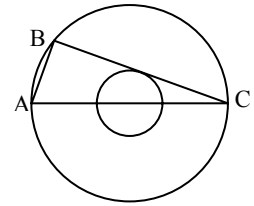
- 10.- Rodeamos un polígono regular de "m" lados por m polígonos regulares de "n" lados cada uno, sin que haya huecos ni superposiciones. (En la figura que te mostramos, $m = 4$ y $n = 8$). ¿Cuánto vale n si $m = 10$?



- A) 5** **B) 6** **C) 14** **D) 20** **E) 26.**
- 11.- El resto de dividir $10^8 + 1$ entre 11 es:
A) 0 **B) 1** **C) 2** **D) 3** **E) 4.**

- 12.- Los radios de dos circunferencias concéntricas están en la razón 1 a 3. Si AC es un diámetro de la circunferencia grande, BC una cuerda de la grande tangente a la pequeña y AB = 12, el radio de la circunferencia grande es:

A) 13 B) 18 C) 21 D) 24 E) 26.



- 13.- Definimos la operación “ \odot ” como $x \odot y = 4x - 3y + xy$ para cualesquiera números reales x e y . ¿Para cuántos números reales y , se verifica que $3 \odot y = 12$?

A) 0 B) 1 C) 3 D) 4 E) más de 4.

- 14.- El valor de $\sqrt{\frac{8^{10} + 4^{10}}{8^4 + 4^{11}}}$ es:

A) $\sqrt{2}$ B) 16 C) 32 D) $\sqrt[3]{12^2}$ E) 512,5.

- 15.- Utilizamos el símbolo R_k para designar a aquellos enteros formados exclusivamente por k unos. Así pues, $R_3 = 111$ y $R_5 = 11111$.

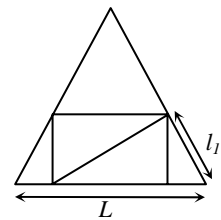
Cuando dividimos R_{24} entre R_4 el cociente $Q = \frac{R_{24}}{R_4}$ es un número entero formado exclusivamente por unos y

ceros. ¿Cuántos ceros tiene Q ?

A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15.

- 16.- El triángulo equilátero de la figura de lado L , está dividido en cinco piezas que se pueden reagrupar formando tres triángulos equiláteros más pequeños, de diferente tamaño y de lados l_1, l_2 , y l_3 ($l_1 < l_2 < l_3$). La proporción, $\frac{l_1}{L}$, entre el lado del equilátero más pequeño, l_1 y el lado del de partida, L , es:

A) 2:5 B) 1:3 C) 1:4 D) 3:10 E) 4:9.



- 17.- En una fotocopiadora nos cobran 5 céntimos de euro por cada una de las diez primeras fotocopias, 4 céntimos por cada fotocopia de la once a la cien y 3 céntimos por cada fotocopia de la 101 en adelante. ¿Cuántas fotocopias debemos hacer para que el precio medio nos salga a 3,5 céntimos?

A) 120 B) 150 C) 180 D) 200 E) 220.

- 18.- ¿Cuántos capicúas de tres cifras son cuadrados perfectos?

A) ninguno B) uno C) dos D) tres E) cuatro.

- 19.- El segmento de extremos $(-5, 0)$ y $(25, 0)$ es el diámetro de una circunferencia. Si el punto $(x, 15)$ pertenece a la circunferencia, ¿cuánto vale x ?

A) 10 B) 12,5 C) 15 D) 17,5 E) 20.

- 20.- A Pifio le han propuesto que multiplique un número por 6 y luego sume 24 al resultado, pero como es muy distraído en lugar de multiplicar, divide entre 6 y en vez de sumar, resta 24. Si después de tantas pifias obtiene 16, ¿qué habría obtenido si hubiera hecho las cosas bien?

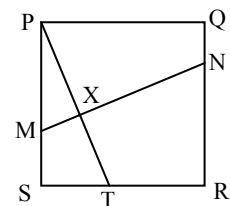
A) Menos de 400 B) Entre 400 y 800 C) Entre 800 y 1200

D) Entre 1200 y 1600 E) Más de 1600.

- 21.- El polígono PQRS de la figura, es un cuadrado de lado 12. Si los segmentos PT y MN son perpendiculares y se cortan en un punto X de tal forma que: $ST = 5$ y $MX = 4$, entonces la longitud de XN es:

A) 8,5 B) 9 C) 9,5 D) $7\sqrt{2}$

E) 10.



- 22.- Si el ángulo \hat{A} es el cuádruple de \hat{C} y el complementario de \hat{C} es el cuádruple del complementario de \hat{A} , el ángulo \hat{C} es igual a
- A) 10° B) 12° C) 15° D) 18° E) $22^\circ 30'$.
- 23.- Sean x e y dos números reales distintos y designamos por $M(x, y)$ al mayor de los dos y $m(x, y)$ al menor de ellos. Si $a < b < c < d < e$, entonces $M[M(a, m(b, c)), m(d, m(a, e))]$ es:
- A) a B) b C) c D) d E) e .
- 24.- Un rectángulo de lados 8 y $2\sqrt{2}$ tiene el mismo centro que un círculo de radio 2 . ¿Cuánto vale el área de la región común a ambos?
- A) 2π B) $2\pi + 2$ C) $4\pi - 4$ D) $2\pi + 4$ E) $4\pi - 2$.
- 25.- ¿En cuántos casos es falsa la siguiente afirmación?
“Si N es un número entero positivo impar, cuyas cifras suman 4 y ninguna es 0 , entonces es primo”
- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4 .