

XIII CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS



1ª FASE: Día 4 de marzo de 2009

NIVEL III (3º y 4º de E.S.O.)

!!! Lee detenidamente las instrucciones!!!

Escribe ahora tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas

- * No pases la página hasta que se te indique.
- * Duración de la prueba: **1 HORA 30 MINUTOS**.
- * No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.
- * Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.
- * No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente:

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

- * **MARCA CON UNA CRUZ (☒) EN LA HOJA DE RESPUESTAS LA QUE CONSIDERES CORRECTA.**
- * **SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.**

CONVOCAN:

Asociación Matemática "Concurso de Primavera"
Facultad de Matemáticas de la U.C.M.

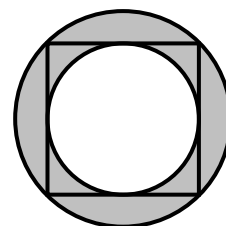
COLABORAN:

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid

www.profes.net (SM) - Grupo ANAYA - El Corte Inglés
Yalos Instruments, S.L. - SAS

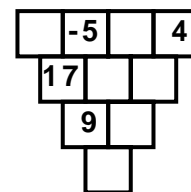
- 1 De los siguientes números, ¿cuál es el que más se aproxima a $\sqrt{0,65432}$?
 A) 0,2 B) 0,3 C) 0,5 D) 0,7 E) 0,8

- 2 En la figura vemos un cuadrado de lado 4 cm y sus circunferencias inscrita y circunscrita. ¿Cuál es, en cm^2 , el área de la corona circular determinada por ellas?
 A) 4π B) $6\sqrt{2}$ C) 8 D) $2\pi\sqrt{2}$ E) 3π



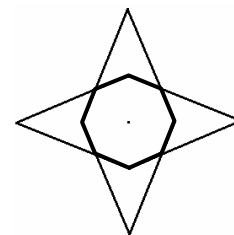
- 3 Si el cuadrado de un entero positivo n es $25^{64} \cdot 64^{25}$, ¿cuál es la suma de las cifras de n escrito en notación usual?
 A) 7 B) 14 C) 21 D) 28 E) 35

- 4 En la pirámide invertida de la derecha, se colocan números en las casillas de forma que el número de una casilla inferior sea suma de los dos números de las casillas superiores que la tocan. Rellenas todas las casillas con este criterio, ¿qué número ocupa la casilla más baja?



- A) 2 B) -1 C) 23 D) 4 E) -10
- 5 El área del triángulo de vértices $A(-1, -1)$, $B(5, 0)$ y $C(3, 4)$ es:
 A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

- 6 Dos rombos iguales se cortan según se ve en la figura definiendo un octógono regular. ¿Cuánto mide uno de los ángulos agudos de estos rombos?



- A) 30° B) 36° C) $37^\circ 30'$ D) 40° E) 45°

- 7 ¿Cuál de los siguientes polinomios tiene las raíces $\frac{1}{2}$ y -2 ?

- A) $x^2 + 2x$ B) $4x^2 - 1$ C) $3x^2 + 5x - 2$ D) $-x^2 - 3x - 2$ E) $2x^2 + 3x - 2$

- 8 El factor primo más grande de $5^6 - 1$ es:

- A) 7 B) 13 C) 31 D) 59 E) 61

- 9 ¿Cuántas de las siguientes operaciones dan siempre un múltiplo de 4? :

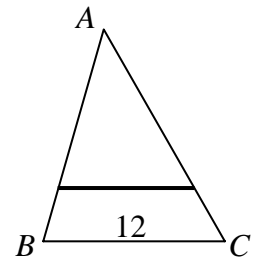
- a) La suma de cuatro números consecutivos;
 b) El producto de tres números consecutivos;
 c) El producto de cuatro números consecutivos;
 d) La suma de dos pares que no son ninguno múltiplo de 4.

- A) Ninguna B) Cuatro C) Tres D) Dos E) Una

- 10 El producto $11 \cdot 22 \cdot 33 \cdot 44 \cdot 55$ da lo mismo que:

- A) $11 \cdot 12345$ B) $\frac{11^6 - 1}{10}$ C) $11^7 - 11^5$ D) 123454321 E) 654321

- 11** En el triángulo ABC de base 12 cm y altura 14 cm trazamos un segmento paralelo a la base que divide al triángulo en otro triángulo y un paralelogramo, los dos de igual área. ¿Cuál es la medida, en cm, de ese segmento?

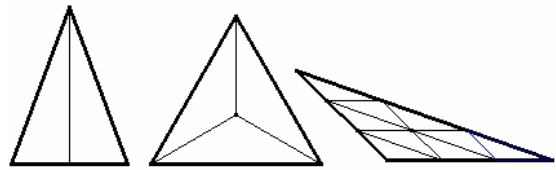


- A) $4\sqrt{2}$ B) 6 C) $6\sqrt{2}$ D) 9 E) $6\sqrt{3}$

- 12** Si $\begin{cases} a \cdot b = 90 \\ a \cdot c = 60 \\ a \cdot d = 75 \\ b \cdot c \cdot d = 120 \end{cases}$, entonces el valor de $a + b + c + d$ es:

- A) 100 B) 80 C) 55 D) 40 E) 30

- 13** Como ves o puedes intuir en las figuras, un triángulo isósceles puede ser dividido en dos triángulos iguales, uno equilátero en tres triángulos iguales y un triángulo cualquiera en cuatro, nueve, dieciséis, ..., triángulos iguales. Si n es un número del 5 al 15 (inclusive), ¿para cuántos de ellos es posible dividir un triángulo equilátero en n triángulos iguales?



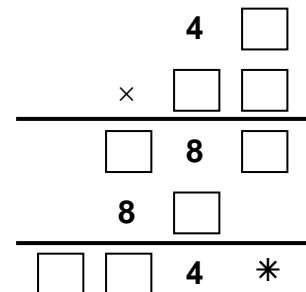
- A) Dos B) Tres C) Cuatro D) Cinco E) Seis

- 14** En un *sudoku* simple (9×9) leemos como un número de nueve cifras cada una de las nueve filas. ¿Cuánto suman esos nueve números?

- A) $10^{10} - 1$ B) 4 545 454 545 C) 4 999 999 995 D) 4 555 555 555 E) 4 444 455 555

- 15** De esta multiplicación se han borrado muchos dígitos. ¿Qué dígito va en la posición *?

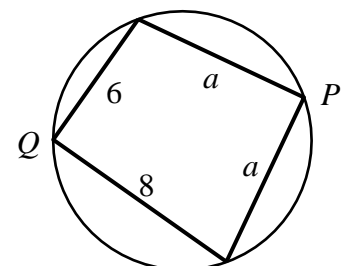
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9



- 16** Cuando desplazamos cuatro lugares a la derecha la coma de cierto número decimal positivo, el número obtenido es el cuádruplo del inverso del original. ¿Cuál era el número original?

- A) 0,0002 B) 0,002 C) 0,02 D) 0,2 E) 2

- 17** El cuadrilátero de la figura está inscrito en una circunferencia y tiene ángulos rectos en P y en Q . Tiene dos lados iguales y los otros dos miden 6 y 8 cm. ¿Cuál es, en cm^2 , su área?



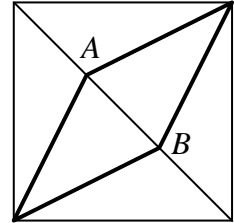
- A) 49 B) 50 C) 48 D) 53 E) 51

18 ¿Cuántos números de tres cifras (no necesariamente distintas) verifican que al quitar una cualquiera de sus ellas, las otras dos colocadas en cualquiera de los dos órdenes posibles forman un número primo?

- A) Catorce B) Trece C) Doce D) Nueve E) Seis

19 Los puntos A y B dividen la diagonal del cuadrado en tres partes iguales. Si el área del cuadrado es 36 cm^2 , el área del rombo de la figura, en cm^2 , es:

- A) 20 B) 18 C) 15 D) 12 E) 9

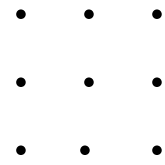


20 Los lados del triángulo ABC tienen de longitud $AB = 9$, $BC = 12$ y $AC = 15$. Dos hormigas parten simultáneamente del punto A y recorren a la misma velocidad el borde del triángulo en direcciones distintas. Si se encuentran nuevamente en un punto D , ¿cuál es la longitud de AD ?

- A) 18 B) $7 + 6\sqrt{3}$ C) $9\sqrt{2}$ D) $\sqrt{15} + 6\sqrt{3}$ E) 14

21 Elegimos al azar tres puntos de los nueve del siguiente diagrama. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres elegidos estén alineados?

- A) $\frac{8}{27}$ B) $\frac{2}{21}$ C) $\frac{8}{81}$ D) $\frac{4}{21}$ E) $\frac{8}{9}$



22 En el trapecio rectángulo $ABCD$, de bases AB y CD , con $AB < CD$, se verifica que la altura AD mide 7 cm y que $AB + CD = BC$. ¿Cuánto es, en cm^2 , el producto $AB \cdot CD$?

- A) 12 B) 12,25 C) 12,5 D) 12,75 E) 13

23 ¿Cuántos enteros positivos menores que 2009 son múltiplos de 3 o de 4 pero no de 5?

- A) 771 B) 804 C) 937 D) 1070 E) 1170

24 La suma de los divisores de 2^{10} es:

- A) 2001 B) 2009 C) 2021 D) 2035 E) 2047

25 Si $\{a_k\}$ es una sucesión de números enteros tales que $a_1 = 1$ y $a_{m+n} = a_m + a_n + m \cdot n$ para cualesquiera enteros positivos m y n , ¿cuál es el valor de a_{12} ?

- A) 45 B) 56 C) 67 D) 78 E) 89