



XIV CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

1ª FASE: 3 de marzo de 2010

NIVEL IV (1º y 2º Bachillerato)

!!! Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

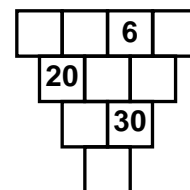
ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

COLABORAN

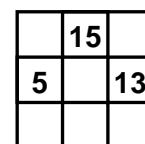
Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Librería Aviraneta
www.profes.net

- 1 En la pirámide invertida de la derecha, se colocan en las casillas números enteros mayores que cero, de forma que el número de una casilla inferior sea suma de los dos números de las casillas superiores que la tocan. Si con este criterio rellenamos el resto de casillas, ¿cuál es el mayor número que puede aparecer en la casilla inferior?



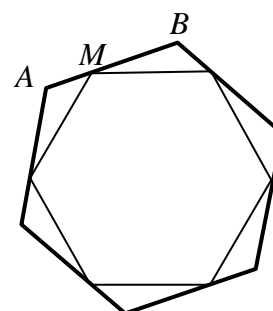
- A) 55 B) 60 C) 73 D) 75 E) 77

- 2 Si acabamos de rellenar el cuadrado mágico de la figura (los tres números de cualquier fila, columna o diagonal suman lo mismo), ¿cuál es el número menor que aparece en el cuadrado?



- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2
E) 1

- 3 En un hexágono regular de lado AB inscribimos otro hexágono regular con vértice en M , siendo $BM = 2MA$. Si el hexágono grande tiene 36 cm^2 de área, ¿cuál es, en cm^2 , el área del pequeño?



- A) 30 B) 28 C) 27 D) 25
E) 24

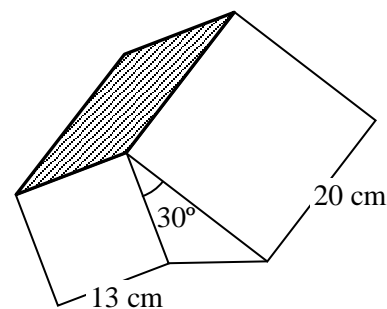
- 4 De todos los cuadriláteros inscritos en una circunferencia que verifican que dos de sus lados, de longitudes 6 y 8 cm, forman un ángulo recto, ¿cuál es, en cm^2 , el área del que tiene área máxima?

- A) 48 B) 48,5 C) 49 D) 50 E) 52

- 5 Uno de los números complejos z que verifican el sistema $\begin{cases} z \cdot t = 6_{60^\circ} \\ \frac{z}{t} = 3_{30^\circ} \end{cases}$ es:

- A) $2 + 2\sqrt{3}i$ B) $2\sqrt{3} - 2i$ C) $3 + 3i$ D) $2 + 2i$ E) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

- 6 La figura está formada por dos cuadrados de lados 13 y 20 cm, un triángulo con el ángulo marcado de 30° , y un romboide. ¿Cuál es el área, en cm^2 , del romboide?



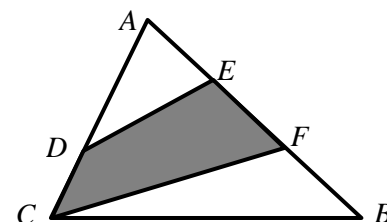
- A) 130 B) 125 C) 115
D) 112 E) 111

- 7 Las soluciones del sistema $\begin{cases} y = x^2 - 7x + 5 \\ x = y^2 - 7y + 5 \end{cases}$ verifican, o bien

que $x - y = 0$, o bien que $x + y$ es igual a:

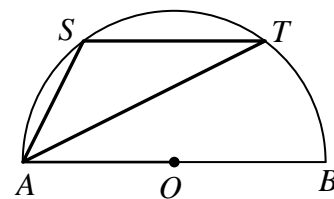
- A) 1 B) 2 C) 6 D) -1 E) -2

- 8 En la figura que te mostramos, el área del triángulo ABC es 9, DC es un tercio de AC y los puntos E y F dividen a AB en tres partes iguales. ¿Cuál es el área del cuadrilátero sombreado?



- A) 3 B) 4 C) 4,5 D) 5
E) 6

- 9** En una semicircunferencia de centro O y radio r , trazamos una cuerda ST paralela al diámetro AB . Si llamamos α al ángulo SOT , ¿cuál es el área del triángulo AST en términos del radio r y el ángulo α ?



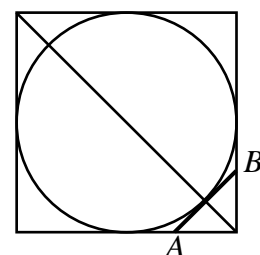
- A) $r \cdot \text{sen}^2 \alpha$ B) $r(\text{sen} \alpha + \cos \alpha)$ C) $\frac{r^2 \cos \alpha}{2}$
 D) $\frac{r^2}{2}$ E) $\frac{r^2 \text{sen} \alpha}{2}$

- 10** Lanzamos al aire cinco veces una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos dos caras?

- A) $\frac{3}{16}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{7}{16}$ D) $\frac{13}{16}$ E) $\frac{27}{32}$

- 11** ¿Qué longitud tiene el segmento AB , tangente a la circunferencia inscrita en un cuadrado de lado 1 y perpendicular a la diagonal?

- A) $\sqrt{2} - 1$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 E) $\sqrt{2} + 1$



- 12** Don Retorcido dice que 2010 es un número *dobledé* porque el número formado por sus dos primeras cifras es el doble del número formado por sus dos últimas cifras. ¿Cuántos números *dobledés* hay de cuatro cifras?

- A) 30 B) 35 C) 40 D) 45 E) 50

- 13** Si todos los marcianos veranean en Venus, entonces podemos asegurar que:

- A) Un ser que no veranee en Venus no es marciano.
 B) Cualquiera que veranee en Venus es un marciano.
 C) Ningún ser de Plutón veranea en Venus.
 D) Todos los de Venus veranean en Marte.
 E) Ningún ser de Plutón veranea en Marte.

- 14** En una circunferencia señalamos diez puntos. ¿Cuál es la diferencia entre el número de heptágonos y el de triángulos cuyos vértices son algunos de esos puntos?

- A) 210 B) 35 C) 21 D) 4 E) 0

- 15** ¿Cuántos polinomios de grado cinco cuyos coeficientes en valor absoluto son todos 1 tienen la raíz 1?

- A) 5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 24

- 16** ¿Cuál es la probabilidad de que al tirar dos dados aparezcan en la cara superior números consecutivos?

- A) $0,1\hat{4}$ B) $0,17$ C) $0,2\hat{7}$ D) $0,\hat{3}$ E) $0,5$

- 17** Si $\log_2(x - 16) = \log_4(x - 4)$, la suma de las cifras de x es:

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

- 18** El conjunto de soluciones de la inequación $|x| + |x - 3| > 3$ es:
A) $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$ **B)** $(-3, 3)$ **C)** $(-\infty, -3)$
D) $(-3, +\infty)$ **E)** Todos los números reales.
- 19** Si $0 < x < \frac{\pi}{2}$ y $\operatorname{tg} x = \frac{a}{2}$, $\cos x$ es igual a:
A) $\frac{2}{\sqrt{a^2 - 4}}$ **B)** $\frac{a}{\sqrt{a^2 - 4}}$ **C)** $\frac{2}{a + 2}$ **D)** $\frac{2}{\sqrt{a^2 + 4}}$ **E)** $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}}$
- 20** Si el radio de una circunferencia de longitud $\log b^4$ es $\log a^2$, ¿cuál es el valor de $\log_a b$?
A) $\frac{1}{4\pi}$ **B)** $\frac{1}{\pi}$ **C)** π **D)** 2π **E)** $10^{2\pi}$
- 21** Sobre el lado AB del cuadrado $ABCD$, de lado 1, dibujamos el triángulo equilátero ABE , estando el vértice E en el interior del cuadrado. Sea R la región formada por los puntos interiores al cuadrado pero exteriores al triángulo equilátero cuya distancia a AD está comprendida entre $1/3$ y $2/3$. ¿Cuál es el área de R ?
A) $\frac{12 - 5\sqrt{3}}{72}$ **B)** $\frac{12 - 5\sqrt{3}}{36}$ **C)** $\frac{\sqrt{3}}{18}$ **D)** $\frac{3 - \sqrt{3}}{9}$ **E)** $\frac{\sqrt{3}}{12}$
- 22** Si $k = 2^{2010} + 2010^2$, ¿cuál es la cifra de las unidades de $2^k + k^2$?
A) 0 **B)** 2 **C)** 4 **D)** 6 **E)** 8
- 23** Una montaña con forma de cono y altura de 2000 m, tiene su base sobre el suelo del océano. La parte de la montaña que se ve sobre el agua constituye un octavo del volumen de la montaña entera. ¿Cuál es, en metros, la profundidad del océano en ese punto?
A) 1000 **B)** $500(4 - \sqrt{2})$ **C)** 1500 **D)** 1800 **E)** 1900
- 24** Sean A , B y C tres puntos de la gráfica de $y = x^2$ tales que la recta AB es paralela al eje OX , y el triángulo ABC , de área 2010, es rectángulo en C . ¿Cuál es la suma de las cifras de la segunda coordenada de C ?
A) 22 **B)** 23 **C)** 24 **D)** 25 **E)** 26
- 25** La suma de las cifras del menor entero positivo x que verifica que 5 es un divisor de $x + 7$ y 7 un divisor de $x + 5$ es:
A) 4 **B)** 5 **C)** 6 **D)** 7 **E)** 8