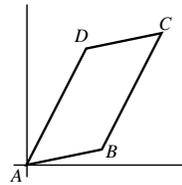


**17** ¿Cuántos puntos reticulares (es decir, puntos con coordenadas enteras) hay en el interior del paralelogramo limitado por las rectas  $x = 100$ ,  $x = 300$ ,  $y = \frac{1}{3}x + 0,1$ ,  $y = \frac{1}{3}x + 0,6$ ?

- A) 73      B) 71      C) 69      D) 67      E) 65

**18** En la figura de la derecha se observa un paralelogramo  $ABCD$  en el que  $A(0,0)$ ,  $B(20,10)$  y  $D(10,y)$ . Si el área de dicho paralelogramo es 600, ¿cuál es el valor de  $y$ ?

- A) 32      B) 33      C) 34      D) 35  
E) 36



**19** Si  $\log_x y + \log_y x = 7$ ,  $(\log_x y)^2 + (\log_y x)^2$  es igual a:

- A) 40      B) 43      C) 45      D) 47      E) 49

**20** Las gráficas de  $y = x - 2$  e  $y = mx + 3$  se cortan en un punto de coordenadas positivas si y solo si:

- A)  $m = 1$       B)  $m < 1$       C)  $m > -\frac{3}{2}$       D)  $-\frac{3}{2} < m < 0$       E)  $-\frac{3}{2} < m < 1$

**21** Uno de los siguientes enteros **no** divide a  $2^{1650} - 1$ . ¿Cuál?

- A) 3      B) 7      C) 31      D) 127      E) 2047

**22** Si  $\sin 15^\circ$  y  $\cos 15^\circ$  son las raíces de la ecuación  $x^2 + ax + b = 0$ , ¿cuál es el valor de  $a^4 - b^2$ ?

- A) -1      B) 1      C)  $\frac{35}{16}$       D)  $1 + \sqrt{2}$       E)  $3\sqrt{2} - 1$

**23** Se han borrado dos dígitos  $a$  y  $b$  en esta multiplicación:  $29a\ 031 \times 342 = 100\ 900\ b02$ . ¿Cuál es el valor de la suma  $a + b$ ?

- A) 7      B) 8      C) 9      D) 10      E) 11

**24** ¿Cuál es la longitud del camino más corto que partiendo del punto  $A(2,5)$  pasa por el eje de abscisas y acaba en algún punto de la circunferencia  $(x + 6)^2 + (y - 10)^2 = 16$ ?

- A) 12      B) 13      C)  $4\sqrt{10}$       D)  $6\sqrt{5}$       E)  $4 + \sqrt{89}$

**25** ¿Cuál es el valor de  $\sin \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{32} \cdot \cos \frac{\pi}{16} \cdot \cos \frac{\pi}{8} \cdot \cos \frac{\pi}{4}$ ?

- A)  $\frac{1}{2}$       B)  $\frac{1}{4}$       C)  $\frac{1}{8}$       D)  $\frac{1}{16}$       E)  $\frac{1}{32}$

**!!! Lee detenidamente estas instrucciones !!!**

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

**No está permitido el uso de calculadoras**, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

**No contestes en ningún caso al azar**. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

Cada respuesta <b>correcta</b> te aportará	<b>5 puntos</b>
Cada pregunta que dejes <b>en blanco</b>	<b>1 punto</b>
Cada respuesta <b>errónea</b>	<b>0 puntos</b>

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA**  LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

**SI TE EQUIVOCAS**, ESCRIBE "**NO**" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

**CONVOCA**

Facultad de Matemáticas de la UCM

**ORGANIZA**

Asociación Matemática  
Concurso de Primavera

**COLABORAN**

Universidad Complutense de Madrid  
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid  
El Corte Inglés  
Grupo ANAYA  
Grupo SM  
Librería Aviraneta  
Libros Guijarro

1 Si  $a, b, c$  y  $d$  son números reales con  $a-1=b+2=c-3=d+4$ , el mayor de los cuatro es:  
 A)  $a$       B)  $b$       C)  $c$       D)  $d$       E) No se puede determinar

2 Si  $m$  y  $n$  son enteros con  $2m-n=3$ ,  $m-2n$  debe ser:  
 A) Igual a  $-3$     B) Igual a  $0$     C) Múltiplo de  $3$     D) Un entero impar    E) Un entero par

3 De un triángulo obtusángulo sabemos que un lado  $a$  mide 7 metros, su ángulo opuesto  $\hat{A}$  mide  $60^\circ$ , y otro lado  $b$  mide 8 metros. ¿Cuántos metros mide el tercer lado?  
 A) 2      B) 3      C) 4      D) 5      E) 6

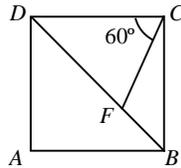
4 Calcula el valor de la suma  $1^3+3^3+5^3+\dots+19^3$  ayudándote de la fórmula de la suma los primeros cubos:  $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=\frac{n^2 \cdot (n+1)^2}{4}$ .

A) 19 900      B) 19 850      C) 19 500      D) 19 750      E) 19 250

5 ¿Cuántos enteros mayores que 5000 pueden formarse con las cifras 3, 4, 5, 6 y 7 de manera que en cada número no aparezcan cifras repetidas?  
 A) 174      B) 144      C) 84      D) 192      E) 202

6 Si el lado del cuadrado  $ABCD$  mide 2 cm, el área, en  $\text{cm}^2$ , del triángulo  $FBC$  es:

A)  $2\sqrt{3}-3$     B)  $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$     C)  $\sqrt{3}-1$     D)  $2\sqrt{2}-2$   
 E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$



7 Esteban preguntó a cinco de sus estudiantes cuántos de ellos habían trabajado las Matemáticas en casa la tarde anterior.

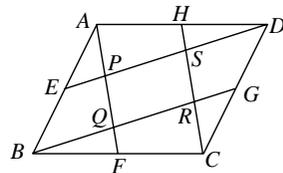
Emilio dijo: Ninguno, profe. Eligio dijo que solo uno de los cinco, Elisa respondió que dos de los cinco, Eugenio que tres de los cinco y Elia contestó que cuatro de los cinco habían trabajado.

Esteban sabía que quienes no habían trabajado mentían, mientras que los que sí habían trabajado decían la verdad. ¿Cuántos estudiantes de estos cinco habían hecho los deberes?

A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

8 Si  $ABCD$  es un paralelogramo y  $E, F, G$  y  $H$  son los puntos medios de los lados, el cociente entre el área de  $ABCD$  y el área de  $PQRS$  es:

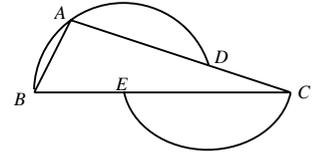
A) 3      B) 3,5      C) 4      D) 4,5  
 E) 5



9 Para numerar las páginas de un cuadernillo de 12 páginas hacen falta 15 dígitos, a saber: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 0, 1, 1, 1, 2. ¿Cuál de los siguientes números **no** puede ser la cantidad de dígitos necesarios para numerar todas las páginas de un libro?

A) 31      B) 543      C) 2012      D) 2013      E) 2016

10 En la figura adjunta se observa un triángulo  $ABC$  y dos arcos de circunferencia: uno de centro  $E$  y que pasa por  $A, B$  y  $D$  y otro de centro  $D$  y que pasa por  $E$  y  $C$ . Si el ángulo  $\hat{B}$  del triángulo es de  $63^\circ$ , ¿cuál es el valor del ángulo  $\hat{C}$ ?



A)  $17^\circ$       B)  $18^\circ$       C)  $19^\circ$       D)  $20^\circ$       E)  $21^\circ$

11 Cinco amigos se aburrían y deciden ponerse a contar. Se colocan en fila y empiezan así: Maite (¡uno!), Virginia (¡dos!), Christian (¡tres!), Iván (¡cuatro!) y Jose (¡cinco!) y cambian el sentido y siguen contando: Iván (¡seis!), Christian (¡siete!), Virginia (¡ocho!) y Maite (¡nueve!) y de nuevo cambian de sentido y siguen divertidos: Virginia (¡diez!), Christian (¡once!), Iván (¡doce!). ¿Qué amigo gritará ¡dos mil trece!?

A) Maite      B) Virginia      C) Christian      D) Iván      E) Jose

12 Un granjero tiene ovejas y gallinas. Si la media del número de patas por animal es  $l$ , el cociente entre el número de ovejas y el número de gallinas es:

A)  $\frac{l}{3(4-l)}$     B)  $\frac{l-2}{4-l}$     C)  $\frac{3(l-2)}{l}$     D)  $\frac{(l-2)^2}{16-l^2}$     E)  $\frac{7(l^2-4)}{5(16-l^2)}$

13 En un triángulo rectángulo, la mediana sobre la hipotenusa vale 2. ¿Cuál es el valor de la suma de los cuadrados de las otras dos medianas?

A) 5      B) 12      C) 15      D) 20      E) 25

14 Sea  $N$  el menor entero positivo que al dividirlo entre 5 da resto 2, al dividirlo entre 7 da resto 3 y al dividirlo entre 9 da resto 4. ¿Cuál es la suma de los dígitos de  $N$ ?

A) 4      B) 8      C) 13      D) 22      E) 40

15 Sea  $n$  un número mayor que 2013. Si  $n^2+4$  y  $n+3$  **no** son primos entre sí, ¿cuál es su máximo común divisor?

A) 11      B) 13      C) 14      D) 17      E) 23

16 La función  $f(x)=\begin{cases} 2x+5 & \text{si } x \leq 3 \\ 4x-1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$  puede ser definida mediante una sola fórmula

como  $f(x)=a|x+b|+cx+d$ . El valor de  $d$  es:

A)  $-5$       B)  $-4$       C) 3      D) 2      E) 1